

DEBÊNTURES CONVERTÍVEIS: MODELO DE PRECIFICAÇÃO PARA A EMISSÃO PÚBLICA DA ACESITA, COM LIMITAÇÃO DE DADOS, UTILIZANDO A TEORIA DE OPÇÕES.

CALINA BARROS DE OLIVEIRA MONT'ALVERNE

M.Sc em Engenharia de Produção, Professora Assistente do Curso de Administração de Empresas,
Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), Av. da Universidade, 850 – Betânia - Sobral - CE,
62040-370, Brasil, Tel: (088) 6131213 – Ramal:2177, Fax: (085) 2421882, E-mail:
miranda@dem.ufc.br

TARA KESHAR NANDA BAIDYA

Ph.D. em Engenharia de Produção, Professor Associado do Departamento de Engenharia Industrial,
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), Rua Marquês de São Vicente, 225 /
9º andar– Gávea – Rio de Janeiro – RJ, 22453-900, Brasil, Tel: (021) 5299480, E-mail:
baidya@ind.puc-rio.br

**ÁREA TEMÁTICA: GESTÃO ECONÔMICA E ANÁLISE DE INVESTIMENTOS –
ENGENHARIA ECONÔMICA**

ABSTRACT

A convertible debenture represents a debt title emitted by a company, with the declaration that the carrier has the option of changing it for another paper, generally an action, of the same company. The conversion parameter should take in consideration the quotation of the actions in the market, the patrimonial value or the perspectives of profitability of the company.

The process of pricing a convertible title of hybrid nature, as the case of the debentures, represents an extremely interesting work, and consequently, more complex. This way, the theory of the options is used with the objective of valuing such a type of derivative financial.

In agreement with the theory of options, a convertible title can be priced being used some evaluation models. For pricing the convertible debenture emitted by ACESITA in 01/07/96, the following models were used: (a) the model of Ingersoll (*Ingersoll, 1977*), that presents analytic solutions for the convertible debentures with the use of the equation of Black & Scholes, depending

on the contour conditions which should be satisfied by the value of the convertible debenture; (b) the model of Margrabe (*Margrabe*, 1978), that it developed a solution to calculate the value of changing an assets for other, tends as support the work developed by Black & Scholes (1973).

KEYWORDS: pricing, debentures, options

RESUMO

Uma debênture conversível representa um título de dívida emitido por uma empresa, com a declaração de que o portador tem a opção de trocá-lo por outro papel, geralmente uma ação, da mesma empresa. O parâmetro de conversão deve levar em consideração a cotação das ações no mercado, o valor patrimonial ou as perspectivas de rentabilidade da companhia.

O processo de precificação de um título conversível de natureza híbrida, como o caso das debêntures, representa um trabalho extremamente interessante, e por conseguinte, mais complexo. Deste modo, a teoria das opções é utilizada com o objetivo de valorar tal tipo de derivativo financeiro.

De acordo com a teoria de opções, um título conversível pode ser precificado utilizando-se alguns modelos de avaliação. Para precificar a debênture conversível emitida pela ACESITA em 01/07/96, foram utilizados os seguintes modelos: (a) o modelo de *Ingersoll* (*Ingersoll*, 1977), que apresenta soluções analíticas para as debêntures conversíveis com a utilização da equação de *Black & Scholes*, dependendo das condições de contorno as quais devem ser satisfeitas pelo valor da debênture conversível; (b) o modelo de *Margrabe* (*Margrabe*, 1978), que desenvolveu uma solução para calcular o valor de trocar um ativo por outro, tendo como apoio o trabalho desenvolvido por *Black & Scholes* (1973).

1 INTRODUÇÃO

Os títulos conversíveis (*convertible bond*) representam instrumentos financeiros de grande importância para as empresas. Como parte deste tipo de título representa um financiamento simples e a outra um *warrant* sobre as ações da companhia emissora, ele permite a utilização da teoria das opções para a sua valoração. A existência de opções para os investidores e companhia emissora

sobre o título, exige a definição de estratégias ótimas a serem seguidas e condições de contorno a serem satisfeitas pela equação diferencial relativa ao título conversível.

O tipo de título que será analisado segundo a teoria das opções será a debênture conversível emitida pela Companhia Aços Especiais Itabira - ACESITA, que como o próprio nome diz, trata-se de um título que garante ao seu dono o direito de convertê-lo, até a data de vencimento, em ações da companhia emissora. Enquanto não converte, o titular recebe os juros contratuais pagos pela debênture. Como o título emitido pela ACESITA não pode ser resgatado pela própria no caso de não conversão, pagando por ele seu valor de face mais os juros, ou seja, tratando-se de um título conversível não resgatável, só será analisado este aspecto nos modelos de avaliação que utilizaremos a seguir e a parte sobre debêntures, pois não foi possível obter dados com relação aos *warrants*.

Vários artigos foram escritos com o objetivo de prover uma avaliação de títulos conversíveis, mas este trabalho se concentrará nos modelos de avaliação desenvolvidos por *Ingersoll e Margrabe*, por estarem mais adequados às características da debênture emitida pela ACESITA.

2 O MODELO DE *INGERSOLL*

Os primeiros modelos teóricos de precificação de títulos conversíveis consistiam em igualar o preço deste título ao valor máximo dentre o valor de um título ordinário e o valor de uma ação ordinária (após a conversão), em algum ponto no futuro, sendo este descontado ao valor presente.

Cabe ainda novamente ressaltar que, na análise que faremos utilizando o modelo de *Ingersoll*, consideraremos somente os títulos conversíveis não resgatáveis, uma vez que a debênture da ACESITA não poderá ser chamada pela emitente. Neste sentido, somente enunciaremos os teoremas I e II, que estabelecem a política ótima de conversão a ser seguida por parte do investidor.

2.1 RESTRIÇÕES SOBRE A PRECIFICAÇÃO DE TÍTULOS CONVERSÍVEIS

Apesar da análise do autor estar concentrada em três variedades de títulos: emissões preferenciais, com um conjunto de restrições fixas sobre os ativos das firmas, títulos conversíveis não resgatáveis, que podem ser permutados por ações comuns da firma, à opção do titular e conversíveis

resgatáveis, iremos apenas nos concentrar nas duas primeiras variedades, conforme as razões explicitadas anteriormente.

Desta maneira, os termos de conversão são usualmente expressos de uma forma dentre duas:

- a) A razão de conversão indica o número de ações que podem ser obtidas através de uma debênture conversível;
- b) Alternativamente, a conversão surge através da compra de uma ação por um preço de conversão utilizando o conversível no seu valor de face.

No entanto, estes termos podem ser expressos de outras formas. Suponha que a firma possui uma estrutura de capital com um título conversível e *common equity*. No tempo T , os detentores são autorizados a receber B ou todos os ativos da firma se a inadimplência ocorrer. Alternativamente, se o valor de face do título conversível é b e o preço de conversão é s , então $m = b/s$ ações podem ser compradas por cada título. Desta maneira, m é a razão de conversão.

Contudo, será mais conveniente expressar os termos de conversão pelo seu *fator de diluição*, γ , que representa a fração do ativo que deverá ser detida caso a emissão total fosse convertida. Se existem N ações em circulação e a emissão conversível pode ser trocada, no agregado, por n ações, então o fator de diluição pode ser expresso como: $\gamma = n / (n + N)$.

Devemos introduzir ainda alguns conceitos ditos no artigo:

- 1) V denota o valor de mercado da companhia;
- 2) $F(V, \tau; B, C)$ é valor agregado (*straight value*) do título com vencimento τ , pagamento agregado B , e pagamento periódico fixo de dividendos, ou de cupom de C dólares por ano;
- 3) $G(V, \tau; B, C, \gamma)$ denota o valor agregado de uma emissão conversível não resgatável com a mesma provisão, com características semelhantes a $F(\cdot)$, e que pode ser trocada pela fração γ do ativo da firma. Quando $\gamma = 0$, $G(\cdot) = F(\cdot)$, ou seja:

$$G(V, \tau; B, C, \gamma) = F(V, \tau; B, C) \quad (1)$$

- 4) $H(V, \tau; K(\tau), C, \gamma)$ denota o valor agregado de uma emissão conversível resgatável, com as mesmas características da não resgatável, sendo $K(\tau)$ o pagamento do resgate agregado, ou o preço *call* efetivo.

A seguir, serão apresentadas as hipóteses do modelo, onde são divididas em três categorias: (1) hipóteses de comportamento – relacionadas à ação do investidor e ao gerenciamento; (2) hipóteses gerais de mercado – pertinentes ao critério de dominância; (3) hipóteses de mercado específicas – relacionadas a soluções efetivas dos problemas conversíveis.

(1) Hipóteses de Comportamento:

A1) Investidores preferem mais riqueza a menos riqueza;

A2) O gerenciamento da firma ocorre para maximizar a riqueza do acionista, sujeita a algumas restrições.

(2) Hipóteses de Mercado:

A3) Mercados perfeitos – inexistência de taxas, custos de transação, e igual acesso à informação por todos os investidores;

A4) Inexistência de dividendos;

A5) Termos de conversão constantes;

A6) Teorema de *Modigliani e Miller* – não existem taxas corporativas e a proposição I do teorema de *Modigliani e Miller* é válida;

A7) Inexistência de notícia *call* – quando um título conversível é chamado, os donos devem imediatamente entregar os ativos ou converter;

A8) Estrutura de prazo plana – a estrutura de prazo das taxas de juros é plana e não estocástica. A taxa de juros composta instantânea é igual a r .

(3) Hipóteses de Mercado Específicas:

A9) Mercados sem fricção – as negociações ocorrem continuamente no tempo e não existem restrições contra tomada de empréstimos e vendas curtas;

A10) Dinâmica de Ito – o valor de mercado da firma segue um processo de difusão de Ito, com variância por unidade de tempo proporcional ao quadrado do valor de mercado da companhia;

A11) Estrutura de capital – a única emissão da companhia é o título conversível, o outro ativo é a ação ordinária.

Estabeleceremos , agora, algumas restrições preliminares com relação à precificação. As obrigações têm limite em zero e superior em V , o valor de mercado para uma companhia com título conversível. Por considerações de arbitragem, a emissão de mercado deve ser vendida, no mínimo, pelo seu valor de conversão, γV . Caso contrário, os conversíveis poderiam ser comprados, trocados por ação ordinária e vendidos ao valor de conversão, realizando lucros de arbitragem sem risco. Estas restrições podem ser expressas como:

$$0 \leq \gamma V \leq G(V, \tau; B, C, \gamma) \leq V \quad (2)$$

No vencimento da emissão conversível, os detentores deste tipo de título escolhem entre converter ou aceitar o pagamento B (isto é, o emissor não paga juros intermediários, deixando para pagá-los no vencimento. O pagamento efetuado ao investidor será o *balloon* B), como se a emissão tivesse sido chamada. Entretanto, se o pagamento não puder ser efetuado, a companhia ficará inadimplente. Neste caso, a hipótese padrão é que todos os ativos da companhia irão reverter imediatamente para os titulares dos títulos. A inadimplência ficará caracterizada quando o pagamento final não puder ser atendido por todos os ativos da empresa, ou seja, quando $V < B$. O pagamento da emissão conversível no vencimento é:

$$G(V, \tau; B, C, \gamma) = \text{Min} [V, \max (B, \gamma V)] \quad (3)$$

As restrições de precificação em títulos conversíveis mostram que o valor do conversível deve ser função não decrescente do fator de diluição, γ , já que um título desta natureza, não pode valer menos que outro título similar, permutável por um número menor de ações comuns. Consequência imediata é que um título conversível, $G(\cdot)$ deve ser pelo menos tão valioso quanto o título diretamente associado a ele, $F(\cdot)$, pois este pode ser considerado conversível com fator de diluição igual a zero. O valor deste título é frequentemente referido como o **valor de investimento** do título conversível. As relações anteriormente citadas podem ser expressas como:

$$\begin{aligned} F(V, \tau; B, C) &\leq G(V, \tau; B, C, \gamma_1) \\ &\leq G(V, \tau; B, C, \gamma_2) \\ 0 &< \gamma_1 < \gamma_2 \end{aligned} \quad (4)$$

Com estas restrições estabelecidas, podem-se enunciar os teoremas I e II, apresentados e demonstrados no artigo. Contudo, limitaremos apenas a informar o trabalho de análise e as

conclusões alcançadas pelo autor, não derivando, desta forma, as demonstrações, que poderão ser vistas pelo leitor no próprio artigo (Ingersoll, 1977).

- *Teorema I:* Se são válidas as hipóteses de inexistência de dividendos, mercados perfeitos e termos de conversão constantes [(A3), (A4) e (A5)], então um título conversível nunca será convertido até o vencimento.
- *Corolário:* Se o fator de conversão é dependente do tempo restante até o vencimento, $\gamma = \gamma(\tau)$, com $\gamma(\tau) \leq \gamma(0)$, $\forall \tau$, e se as demais condições do teorema I são válidas, então a conversão irá apenas acontecer no vencimento.
- *Teorema II:* Se são válidas as hipóteses de inexistência de dividendos, mercados perfeitos e termos de conversão constantes, então um título conversível resgatável (*callable*) nunca será convertido, exceto na data de vencimento ou na *call*.

Os Teoremas I e II concluem, portanto, que a estratégia de decisão ótima pode assim ser resumida: o direito de permutar ou trocar um título conversível por uma ação comum nunca será voluntariamente exercido.

Resumindo, então, as conclusões do artigo, chegaremos quanto valerá um título conversível não resgatável da seguinte forma: se o investidor escolhe não converter o título, então ele receberá $\text{Min}(V_T, B)$. Se ele escolhe converter, ele irá receber γV . Portanto, na maturidade:

$$G(V, \tau; B, C, \gamma) = \begin{cases} \gamma V_T, & B \leq \gamma V_T, \\ B & B \leq V_T < B/\gamma, \\ V_T & V_T < B. \end{cases} \quad (5)$$

As relações acima, podem ser expressas como $G(V, \tau; B, C, \gamma) = \text{Min}(V_T, B) + \text{Max}(\gamma V_T - B, 0)$, que representa a soma do pagamento final ou agregado e do pagamento do *warrant*.

2.2 PRECIFICAÇÃO DE TÍTULOS UTILIZANDO A METODOLOGIA DE BLACK & SCHOLES

Se a negociação dos ativos ocorre continuamente no tempo e o valor de mercado da firma segue um processo de Ito lognormal, então *Merton* (1974), demonstrou que qualquer ativo contingencial, cujo valor pode ser escrito apenas como função do valor de mercado e do vencimento, $f(V, \tau)$, deve satisfazer à equação diferencial básica:

$$\frac{1}{2}\sigma^2V^2f_{vv} + (rV - C)f_v - rf - f_\tau + c = 0 \quad (6)$$

onde: C = Pagamentos em caixa de todos os ativos da firma;

c = Porção dos desembolsos pagos ao ativo sob consideração; σ^2 = Variância instântanea.

A equação (6) é uma extensão da equação de *Black & Scholes* original, permitindo a possibilidade de dividendos e cupons.

Para títulos ordinários (*ordinary bonds*), que possuem a condição inicial $F(V, 0; B, C) = \text{Min}(V, B)$ e as condições de contorno $0 \leq F(\cdot) \leq V$, as soluções para a equação (6) são conhecidas em dois casos particulares: títulos de desconto e títulos com cupons. No entanto, iremos apenas apresentar o primeiro caso, devido às características do título em estudo, já explanadas anteriormente.

Se o título é um título de desconto (*discount bond*), então a solução é simplesmente uma transformação da solução ótima original de *Black & Scholes*:

$$F(V, \tau; B, 0) = Be^{-r\tau} [\Phi(h_2) + d^{-1}\Phi(h_1)] \quad (7)$$

$$\text{onde: } d \equiv \frac{Be^{-r\tau}}{V}; \quad h_1 \equiv \frac{\left(\log d - \frac{1}{2}\sigma^2\tau\right)}{\sigma\sqrt{\tau}}; \quad h_2 \equiv -\frac{\left(\log d + \frac{1}{2}\sigma^2\tau\right)}{\sigma\sqrt{\tau}};$$

$$\Phi(x) = (\sqrt{2\pi})^{-1} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt, \quad \text{a distribuição cumulativa normal.}$$

Nestas circunstâncias, é possível empregar a função de opção de *Black & Scholes*, para obtermos o valor do pagamento do *warrant* ($W(S, \tau; E)$):

$$W(S, \tau; E) \equiv S\Phi(x_1) - Ee^{-r\tau}\Phi(x_2) \quad (8)$$

$$\text{onde: } x_1 = \frac{\left[\log\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau \right]}{\sigma\sqrt{\tau}}; \quad x_2 \equiv x_1 - \sigma\sqrt{\tau}.$$

2.3 TÍTULOS DE DESCONTO CONVERSÍVEIS NÃO RESGATÁVEIS

A função de preço deste tipo de título, $G(V, \tau; B, 0, \gamma)$ irá satisfazer a equação (6). Neste caso, ambos C e c serão iguais a zero, já que se trata de um título de desconto, e, por hipótese não se pagam dividendos à ação comum. A equação dos ativos contingenciais modificada para este caso, torna-se, então, igual a:

$$\frac{1}{2}\sigma^2V^2G_{vv} + rVG_v - rG - G_\tau = 0 \quad (9)$$

$$\text{s.a.: } G(0, \tau) = 0, G(V, \tau) \leq V \text{ e } G(V, 0) = \text{Max} [\gamma V, \text{Min} (V, B)]$$

As duas primeiras restrições são as condições de contorno implicadas pela hipótese de obrigação limitada (2).

Seja $g(V, \tau)$ o prêmio de um título conversível sobre o valor direto do título de desconto, isto é, $G(V, \tau; B, 0, \gamma) = F(V, \tau; B, 0) + g(V, \tau)$. Substituindo em (9), tem-se:

$$\frac{1}{2}\sigma^2V^2g_{vv} + rVg_v - rg - g_\tau = 0 \quad (10)$$

Todos os termos relativos ao título de desconto $F(\cdot)$ desaparecem, uma vez que esta função já satisfaz a equação dos estados contingenciais. As condições de contorno permanecem inalteradas: $g(0, \tau) = 0, g(V, \tau) \leq V$. A condição inicial torna-se igual a: $g(V, 0) = \text{Max} (\gamma V - B, 0) = \gamma \text{Max} (V - B/\gamma, 0)$.

O valor do prêmio do título deve ser proporcional a uma opção sobre a companhia com preço de exercício igual a B/γ , ou seja:

$$g(V, \gamma) = \gamma W(V, \tau; B/\gamma) = W(\gamma V, \tau; B) \quad (11)$$

Este último passo demonstrado pelo autor, advém das propriedades de homogeneidade da função opção. Deste modo, A função conversível de desconto é igual a:

$$G(V, \tau; B, 0, \gamma) = F(V, \tau; B, 0) + W(\gamma V, \tau; B) \quad (12)$$

Da equação anterior, fica claro que um título conversível nada mais é do que o valor de uma carteira constituída de um título de desconto ordinário mais um *warrant*, que permite ao investidor comprar a mesma fração do ativo da firma sob um pagamento de exercício igual ao principal do título.

3 O MODELO DE MARGRABE

O modelo de avaliação de *Margrabe* estuda o valor da opção de trocar um ativo por outro, tendo como ponto de apoio o trabalho de *Black & Scholes* (1973) e as conclusões de *Merton* (1973).

Margrabe desenvolveu uma equação diferencial parcial cuja solução é o valor de uma opção europeia de trocar um ativo por outro, mostrando que uma opção desta natureza vale mais “viva” do que “morta”, o que indica que o investidor não irá exercer esta opção até o último momento possível. Deste modo, a equação desenvolvida para o caso europeu também será válida para o caso americano. No entanto, este trabalho irá apenas se concentrar na determinação da equação diferencial parcial e a sua respectiva solução que regem este modelo de avaliação, sugerindo ao leitor a leitura do artigo (*Margrabe*, 1978) para um maior aprofundamento.

3.1 O Modelo Matemático e Solução

Para o desenvolvimento da equação diferencial do modelo de *Margrabe*, assumiremos que o mercado é perfeito. Sejam x_1 e x_2 , os preços dos ativos 1 e 2. Assumiremos, também, que não existem dividendos, isto é, todos os retornos se originam dos ganhos de capital. A taxa de retorno em cada ativo é dada por:

$$\frac{dx_i}{x_i} = \alpha_i dt + \sigma_i dz_i \quad (13)$$

onde dz_i é um processo de *Wiener*. Isto é, a taxa de retorno é um processo de Ito e i pode ser 1 ou 2, dependendo do ativo em consideração. O coeficiente de correlação entre os processos de *Wiener* dz_1 e dz_2 é ρ_{12} . Assumiremos que α_i e σ_i são constantes.

Desejamos, no entanto, obter a equação diferencial associada à solução $w(x_1, x_2, t)$ de uma opção européia que somente pode ser exercida em T , quando valerá $x_1 - x_2$ se exercida ou nada se não exercida. Esta opção é simultaneamente uma opção *call* no ativo 1 com preço de exercício x_2 e uma opção *put* no ativo 2 com preço de exercício x_1 .

De acordo com a demonstração feita por Sekeff, 1997 (capítulo 2, página 29), obtemos a equação diferencial associada à solução $w(x_1, x_2, t)$:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \left(\frac{1}{2}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \sigma_1^2 x_1^2 + \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} x_1 x_2 + \left(\frac{1}{2}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \sigma_2^2 x_2^2 = 0 \quad (14)$$

A função $w(x_1, x_2, t)$ é a solução da equação diferencial (14), sujeita às condições de contorno $w(x_1, x_2, T) = \max(0, x_1 - x_2)$, ou seja, o investidor só irá exercer sua opção, se e somente se, o retorno de tal operação for positivo, e à condição $0 \leq w(x_1, x_2, t) \leq x_1$, isto é, a opção valerá no mínimo zero, e no máximo x_1 , se os ativos 1 e 2 valem no mínimo zero. Desta forma, tem-se:

$$w(x_1, x_2, t) = x_1 N(d_1) - x_2 N(d_2) \quad (15)$$

onde:
$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) + \frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}; \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}; \quad \sigma^2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho_{12} + \sigma_2^2;$$

$$N(\cdot) = \frac{1 - N'(x)(a_1 k + a_2 k^2 + a_3 k^3), x \geq 0}{1 - N(-x), x \leq 0}, \quad \text{a função normal de densidade padrão;}$$

$$k = \frac{1}{1 + \gamma x}; \quad \gamma = 0,33267; \quad a_1 = 0,4361836; \quad a_2 = -0,1201676; \quad a_3 = 0,9372980;$$

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}; \quad x_1 = n \text{ (razão de conversão) } \times \text{ preço da ação no mercado;}$$

x_2 = Valor de negociação do título conversível no mercado secundário.

4 SUMÁRIO DA EMISSÃO

A operação feita pela ACESITA no mercado primário, consistiu da emissão de debêntures conversíveis em ações preferenciais com warrants lastreados em ações preferenciais classe B da CST (Companhia Siderúrgica de Tubarão), realizada em 01 de julho de 1996. O volume da emissão foi de R\$ 203.000.000,00, correspondente à 145.000 debêntures com valor nominal unitário (VNU) de R\$

1.400,00. O prazo para liquidação destas debêntures foi de 3 anos (vencimento: 01 de julho de 1999) e as mesmas possuíam garantia flutuante. Como as debêntures emitidas pela ACESITA eram conversíveis em ações preferenciais da companhia, estas tinham um proporção de conversibilidade de 400.000 ações preferenciais por debênture, com preço de conversão na emissão de R\$ 3,50 por mil ações preferenciais e a remuneração feita pela taxa ANBID + 1% a. a.

5 VALOR MÍNIMO DA DEBÊNTURE CONVERSÍVEL

O valor de conversão é dado pela seguinte expressão: valor de conversão = preço de mercado da ação x razão de conversão.

Para a debênture conversível em estudo, este valor de conversão para o período compreendido entre julho/96 a julho/97 (sempre para o último dia de cada mês) é obtido da seguinte forma, para uma razão de conversão de 400.000:

I	II	III	IV	V
Datas	Valor Nominal	Razão de Conversão	Preço da Ação (por lote de 1000)	Valor de Conversão (III X IV/1000)
Julho/96	1.400,00	400.000	2,97	1.188,00
Agosto/96	1.400,00	400.000	2,33	932,00
Setembro/96	1.400,00	400.000	2,24	896,00
Outubro/96	1.400,00	400.000	2,14	856,00
Novembro/96	1.400,00	400.000	2,25	900,00
Dezembro/96	1.400,00	400.000	2,44	976,00
Janeiro/97	1.400,00	400.000	3,19	1.276,00
Fevereiro/97	1.400,00	400.000	2,94	1.176,00
Março/97	1.400,00	400.000	2,69	1.076,00

Abril/97	1.400,00	400.000	2,49	996,00
Maior/97	1.400,00	400.000	2,20	880,00
Junho/97	1.400,00	400.000	2,22	888,00
Julho/97	1.524,97	400.000	2,24	896,00

Tabela 1 – Valor de Conversão Para a Debênture Conversível da ACESITA.

No entanto, o valor mínimo do título da ACESITA será o maior entre os seguintes valores:

- a) Seu valor de conversão;
- b) *Straight value*, utilizando um outro título como *benchmark*.

Para determinar o *straight value*, utilizaremos como título de comparação, a debênture conversível emitida pelas Lojas Arapuã S/A, pois este valor é estimado determinando-se o rendimento requerido em um título ainda não convertido e com características similares de investimentos (ou seja, mesmo horizonte de investimento, mesma taxa de remuneração, etc).

Deste modo, obteremos o *straight value* do título da ACESITA, utilizando os dados da debênture emitida pela Lojas Arapuã S/A, para determinarmos o rendimento apropriado para descontar os fluxos de caixa: a) valor da emissão igual a R\$100.000.000,00, com uma quantidade de 100.000 debêntures conversíveis em ações preferenciais; b) valor nominal de R\$1.000,00; c) data da emissão em 01/04/1996, com vencimento em 01/04/1999 (3 anos); d) remuneração feita pela taxa ANBID + 1% e *yield* de 10% a.a. (0,79741% a.m.) + ANBID (% a.m.).

Como o *straight value* é o valor presente dos fluxos de caixa do título em estudo, tem-se:

Dados: *Yield* (rendimento, pelo qual, os títulos em questão são negociados, isto é, r) = 10% a.a (0,79741% a.m.) + ANBID (% a.m.);

Portanto, a remuneração do título para o cálculo do *straight value* será feito pela taxa r (que representa o *yield* dado anteriormente); Fator Juros = $(1 + 1/100)^{ndc/360}$;

$n = 3$ anos; Cupom = Valor nominal x fator ANBID x fator juros;

ndc = número de dias corridos entre a data de emissão e o período atual.

O *straight value*, portanto somente será calculado para os meses compreendidos entre julho/96 a agosto/97, utilizando a equação para a determinação do preço de um título:

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{M}{(1+r)^n} \quad (16)$$

onde: P = Preço do título; n = Número de períodos; C = Juros de cupon semestrais;

r = Taxa de juros periódicos; M = Valor de face (*par value*);

t = período de tempo até o pagamento.

No entanto, como não possuíamos os valores da taxa ANBID para o período entre setembro/97 a julho/1999 (este trabalho foi desenvolvido no ano de 1997), convencionou-se que as taxas para este período seria a média aritmética dos últimos 12 meses (julho/96 a julho/97). Deste modo, os cupons anuais serão calculados através da multiplicação do valor nominal pelo fator ANBID (onde este fator é obtido através do acumulado do período correspondente) e fator juros, obtendo-se os seguintes valores:

$$C_1 (01/07/97) = 1400 \times [(1,228351 \times 1,010112) - 1] = \text{R\$ } 337,08092;$$

$$C_2 (01/07/98) = 1400 \times [(1,2469 \times 1,010112) - 1] = \text{R\$ } 363,31211;$$

$$C_3 (01/07/99) = 1400 \times [(1,2509 \times 1,010112) - 1] = \text{R\$ } 368,96874.$$

De posse destes valores, o *straight value* da debênture conversível da ACESITA será dado de acordo com a tabela abaixo:

Data	n (meses)	ANBID (% a.m.)	Fator ANBID	Fator JUROS	Cupom	r (% a.m.)	Straight Value
01/07/96	0	0	1,0000	0,0000	0	-	-
31/07/96	1	1,80%	1,01798	1,00083	0	2,60975	1121,73
31/08/96	2	1,89%	1,036946	1,001660	0	2,70248	1151,45
30/09/96	3	1,93%	1,055988	1,002518	0	2,74248	1181,97
31/10/96	4	1,75%	1,074937	1,003337	0	2,56136	1213,29
30/11/96	5	1,74%	1,094894	1,004210	0	2,55128	1245,44
31/12/96	6	1,78%	1,113258	1,005071	0	2,59160	1278,45

31/01/97	7	1,74%	1,132489	1,005932	0	2,55128	1312,33
28/02/97	8	1,85%	1,152014	1,006711	0	2,66216	1347,11
31/03/97	9	1,68%	1,170604	1,007574	0	2,49081	1382,82
30/04/97	10	1,60%	1,189110	1,008410	0	2,41017	1419,47
31/05/97	11	1,61%	1,208117	1,009274	0	2,42025	1457,09
30/06/97	12	1,68%	1,228351	1,010112	0	2,49081	1495,71
01/07/97	-	-	1,228351	1,228351	337,0809	2,49081	1495,71
31/07/97	13	1,55%	1,015507	1,000830	0	2,35977	1198,29
31/08/97	14	1,8833%	1,0346	1,001660	0	2,69573	1230,58
30/09/97	15	1,8833%	1,0541	1,002518	0	2,69573	-
31/10/97	16	1,8833%	1,0740	1,003378	0	2,69573	-
30/11/97	17	1,8833%	1,09420	1,004210	0	2,69573	-
31/12/97	18	1,8833%	1,1148	1,005071	0	2,69573	-
31/01/98	19	1,8833%	1,1358	1,006711	0	2,69573	-
28/02/98	20	1,8833%	1,1572	1,006711	0	2,69573	-
31/03/98	21	1,8833%	1,1790	1,007574	0	2,69573	-
30/04/98	22	1,8833%	1,2012	1,008410	0	2,69573	-
31/05/98	23	1,8833%	1,2238	1,009274	0	2,69573	-
30/06/98	24	1,8833%	1,2469	1,010112	0	2,69573	-
01/07/98	-	-	1,2469	1,010112	363,3121	2,69573	-
31/07/98	25	1,8833%	1,01883	1,000830	0	2,69573	-
31/08/98	26	1,8833%	1,0380	1,001660	0	2,69573	-
30/09/98	27	1,8833%	1,0576	1,002518	0	2,69573	-

31/10/98	28	1,8833%	1,0775	1,003378	0	2,69573	-
30/11/98	29	1,8833%	1,0978	1,004210	0	2,69573	-
31/12/98	30	1,8833%	1,1185	1,005071	0	2,69573	-
31/01/99	31	1,8833%	1,1395	1,005932	0	2,69573	-
28/02/99	32	1,8833%	1,1610	1,006711	0	2,69573	-
31/03/99	33	1,8833%	1,1828	1,007574	0	2,69573	-
30/04/99	34	1,8833%	1,2051	1,008410	0	2,69573	-
31/05/99	35	1,8833%	1,2278	1,009274	0	2,69573	-
30/06/99	36	1,8833%	1,2509	1,010112	0	2,69573	-
01/07/99	-	-	1,2509	1,010112	368,9687	2,69573	-

Tabela 2 – *Straight Value* do título da ACESITA.

Para mostrar como foram obtidos os resultados da tabela anterior, explicaremos como foi obtida a primeira linha: o fator ANBID é obtido através do acumulado do período correspondente; o fator juros é obtido através da expressão $(1 + 1/100)^{ndc/360}$; o cupom neste período é zero, pois só será capitalizado anualmente; o valor de r é obtido através da seguinte operação: 10% a.a. (0,79741% a.m. + ANBID (% a.m.)); o valor do *straight value* é obtido utilizando a equação (16), descontando os valores dos três cupons e valor nominal para o período correspondente. Como este trabalho foi desenvolvido em agosto de 1997, só foi calculado o *straight value* de julho/96 a julho/97, pois não possuíamos os dados necessários para os períodos subsequentes.

Cabe ressaltar, que com o pagamento anual do cupom, o tempo computado para o cálculo do valor presente dos fluxos de caixa para a obtenção do *straight value* é reiniciado.

Desta forma, como o *straight value* é maior do que o valor de conversão, este será o valor mínimo da debênture conversível da ACESITA.

6 PRECIFICAÇÃO DA DEBÊNTURE CONVERSÍVEL

O valor da debênture conversível, considerando o enfoque de opções, será a soma de dois valores: seu *straight value* e do valor da opção sobre a ação.

Para calcularmos o valor correto da debênture em estudo, sob a teoria de opções, utilizaremos, em conjunto, os modelos de avaliação desenvolvidos por *Ingersoll* (*Ingersoll*, 1997) e *Margrabe* (*Margrabe*, 1978).

Deste modo, recapitulando, segundo *Ingersoll* o valor de um título conversível será dado pela equação (12):

$$G(V, \tau; B, 0, \gamma) = F(V, \tau; B, 0) + W(\gamma V, \tau; B)$$

Onde: $G(V, \tau; B, 0, \gamma)$ = Valor do título conversível; $F(V, \tau; B, 0)$ = *Straight Value*;

$$W(S, \tau; E) \equiv S\Phi(x_1) - Ee^{-r\tau}\Phi(x_2); \quad x_1 \equiv \frac{\left[\log\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau \right]}{\sigma\sqrt{\tau}}; \quad x_2 \equiv x_1 - \sigma\sqrt{\tau};$$

$S = n$ (número de ações recebidas com a conversão do título) x preço da ação comum no mercado;

E = Preço de mercado do título conversível, supondo que este valor seja constante ao longo do tempo.

Como, o modelo de *Ingersoll* supõe que os valores do título conversível permanecem constante ao longo da vida deste ativo, utilizaremos, então, o modelo de *Margrabe*, para calcularmos o valor correto da opção de trocar a debênture conversível pela ação (x_2), pois, o preço de mercado do título da ACESITA varia com o tempo, conforme a descrição realizada na sua escritura de emissão.

Desta forma, $W(\gamma V, \tau; B)$, isto é, o valor da opção de permutar a debênture por uma ação, será calculado utilizando a expressão (16). Assim, tem-se:

$$w(x_1, x_2, t) = x_1 N(d_1) - x_2 N(d_2)$$

$$\text{onde: } d_1 = \frac{\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) + \frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}; \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t};$$

$$N(\cdot) = \begin{cases} 1 - N'(x)(a_1 k + a_2 k^2 + a_3 k^3), & x \geq 0 \\ 1 - N(-x), & x \leq 0 \end{cases}, \quad \text{a função normal de densidade padrão;}$$

$$k = \frac{1}{1 + \gamma x}; \quad \gamma = 0,33267; \quad a_1 = 0,4361836; \quad a_2 = -0,1201676; \quad a_3 = 0,9372980;$$

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}; \quad \sigma^2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho_{12} + \sigma_2^2 = 0,01440; \quad \sigma_1=12\%; \quad \sigma_2=12\%; \quad \rho_{12}=0,50;$$

$x_1 = n$ (razão de conversão, isto é, número de ações que o investidor recebe em decorrência do exercício da opção de conversão) * preço da ação no mercado \Rightarrow (valor de conversão);

$x_2 =$ Valor de negociação do título conversível no mercado secundário = $G(V, \tau; B, 0, \gamma)$.

Portanto, a equação para o cálculo do valor real da debênture passa a ser da seguinte forma:

$$G(V, \tau; B, 0, \gamma) = F(V, \tau; B, 0) + x_1 N(d_1) - GN(d_2) \quad (18)$$

Para efeitos de cálculo, os valores dos *straight value* ($F(\cdot)$) e x_1 , foram convertidos em relação ao *par value* (R\$ 1400,00 corresponde a 100), utilizando uma regra de três simples. De posse destes valores e das equações anteriormente citadas, foi calculado o verdadeiro valor da debênture conversível da ACESITA ($G(\cdot)$) e da opção de trocar a debênture pela ação ($w(x_1, x_2, t)$), com o auxílio de um programa desenvolvido em linguagem C, padrão ANSI C. Este programa desenvolve um processo iterativo, baseado num valor inicial atribuído à debênture conversível ($G(\cdot)$), até atingir a sua convergência verificada através da expressão (18).

Neste sentido, foi obtido o seguinte resultado:

Data	<i>Straight Value</i> (F)	X_1 (Valor de Conversão)	d_1	d_2	$N(d_1)$	$N(d_2)$	$W(x_1, x_2, t)$	Valor Real da Deb. Conversível ($G(\cdot) = X_2$)
Jul/96	80,12	84,85	0,015664	-0,18927	0,506252	0,424932	6,252884	86,3728
Ago/96	82,25	66,57	-1,00674	-1,20873	0,157021	0,113371	1,013222	83,2632
Set/96	84,43	64,00	-1,32293	-1,52193	0,092919	0,064008	0,509953	84,9399
Out/96	86,66	61,14	-1,69426	-1,89022	0,045108	0,029370	0,206614	86,8666
Nov/96	88,96	64,28	-1,60374	-1,79662	0,054383	0,036202	0,265587	89,2255
Dez/96	91,32	69,71	-1,35675	-1,54649	0,087420	0,060989	0,494414	91,8144

Jan/97	93,74	91,14	-0,28993	-0,47647	0,385936	0,316878	4,153822	97,8938
Fev/97	96,22	84,00	-0,75286	-0,93616	0,225771	0,174590	1,843807	98,0638
Mar/97	98,77	76,86	-1,33395	-1,51395	0,091100	0,065014	0,545101	99,3151
Abr/97	101,39	71,14	-1,92447	-2,10111	0,027155	0,017826	0,122263	101,5122
Mai/97	104,08	62,86	-2,82508	-2,99828	0,002370	0,001363	0,007171	104,0871
Jun/97	106,84	63,43	-2,98772	-3,15742	0,001410	0,000799	0,004049	106,8440
Jul/97	85,59	64,00	-1,68012	-1,84625	0,046467	0,032433	0,191744	85,7817

Tabela 3 – Valor Real da Debênture Conversível da ACESITA.

7 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um estudo de como precificar um título conversível, baseado na debênture emitida pela ACESITA. No entanto, devido a dificuldade encontrada para a obtenção dos dados necessários para o cálculo do valor da referida debênture, principalmente pela não existência de mercado secundário, os resultados obtidos representam apenas uma forma aproximada do comportamento do valor real do título ao longo do primeiro ano de sua existência. Pelo mesmo motivo, não foram analisados os warrants que fazem parte da oferta que foi realizada no mercado nacional.

Uma vez que no Brasil, as emissões não têm o costume de incluir a opção de recompra pelo emissor, na forma como é feito para o caso americano, os métodos adotados para avaliar o valor do título sob o enfoque de opções, calcularam apenas o valor real do título em questão, de acordo com seu *straight value* para o período de julho/1996 a julho/1997 e do preço da opção call sobre a ação.

Com a utilização de um programa interativo em linguagem C e dos modelos de avaliação de *Ingersoll e Margrabe*, constatou-se que quando o preço da ação no mercado está baixo, a opção de permutar a debênture pela ação não valerá quase nada.

Também foi observado que, como as debêntures conversíveis são títulos complexos, a análise desenvolvida sobre o valor destas debêntures, considerando os valores de conversão e a opção

embutida no título, evidenciaram a influência das variáveis de mercado sobre o preço do título em questão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACESITA, 1996 – Companhia Aços Especiais Itabira, Prospecto de emissão pública de ações ordinárias e debêntures conversíveis em ações preferenciais com vantagem adicional representada por “warrants”lastreados em ações preferenciais classe “B” da CST – Companhia Siderúrgica de Tubarão.
- Amaral, A. G. D., 1997, Captação de recursos no mercado de *bonds* – uma análise das *fixed rate notes* – CVRD – devidas em 2004, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Brasil.
- Bastos, O., 1994, Debêntures – introdução e exemplos práticos.
- Brennan, M. J., Schwartz, E. S., 1977, *Convertible bonds: valuation and optimal strategies for call and conversion*, *Journal of Finance*.
- Fabozzi, F. J., 1994, *Bonds markets, analysis and strategies*, 2ª Edição, Prentice – Hall.
- Fabozzi, F. J., 1995, *The handbook of fixed income securities*, 4ª Edição, Irwin Professional Publishing.
- Fortuna, E., 1995, Mercado financeiro – produtos e serviços, 7ª Edição, Qualitymark.
- Ingersoll, J. E., 1977, *A contingent-claims valuation of convertible securities*, *Journal of finance*, vol. 4.
- Margrabe, W., 1978 *The value of an option to exchange one asset for another*, *Journal of Finance*, vol. XXXIII, number 1.
- Mendonça, F., 1988, Debêntures, Editora Saraiva.
- Sekeff, B. A., 1996, Valoração de debêntures conversíveis, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Brasil.
- Sekeff, S. A., 1997, O valor da opção de trocar um ativo por outro, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Brasil.