

Desenvolvimento e otimização de produtos auxiliados por superfícies de respostas

Daniel das Neves Martins
Universidade Estadual de Maringá
e-mail: martinsddn@uem.br

Abstract: The technical requirements of a product, its functional attributes, and costs compatible with the quality perceived and felt by the customers to satisfy their needs and desires, determine a set of the product's possibilities.

In these conditions the great challenge for the designer is to find the maximization of the adjustment of the involved variables to optimize the development of the product..

A solution for this problem is given by the methodology of the response surface. This consists of a technique developed for the analysis of situations and s optimization of responses.

Key words: design of products, response surface, optimization.

1 Introdução

A qualidade de um produto é avaliada no conceito tradicional, segundo Kapur (1996) como bom ou ruim, dependendo das características de atendimento as especificações de conformidade. O problema que envolve este conceito, é o determinar estes limites de especificação, uma vez que um mesmo produto pode ser considerado com características de conformidade por um avaliador e de não conformidade por outro. Um outro complicador para esta questão, é o de que um produto é analisado tipicamente pelo cliente com base em múltiplas características de qualidade. Uma solução para este conflito consiste em determinar uma função perda de qualidade, para analisar a qualidade do produto. A perda representa a diferença entre o valor especificado para uma ou múltiplas características de qualidade de um produto, e o valor característico determinado no produto. A dificuldade de implementação deste conceito é referente ao conhecimento da forma exata da função de perda da qualidade, de modo a se avaliar a qualidade de um produto.

Malen (1996) incorpora em sua análise desta questão, outros fatores complicadores para o desenvolvimento de um produto, tais como: subjetividade, conflitos dos atributos e a incerteza inerente no processo de projeto.

Uma sistemática de solução destas questões, é apontada por Kapur e Malen, por meio do desenvolvimento de espaços de valores, como um critério de seleção de alternativas de projetos ou de produtos. Os espaços de valores são descritos por uma distribuição de probabilidades, e apresentados sob a forma gráfica.

A metodologia superfície de resposta, é utilizada por Cornell (1984) neste sentido, e consiste em um jogo de técnicas usada no estudo empírico de relações entre uma ou mais respostas, e um grupo de variáveis de contribuição. Visa basicamente otimizar o valor da variável resposta, assim como melhor entender o funcionamento do sistema, e representa uma estratégia de solução.

Caracterizado pela multiplicidade de opções, pela busca da otimização e de novas soluções, o conceito estratégico é particularmente indicado no desenvolvimento de produtos na fase de projeto, em que deve, segundo Nutt (1988),

serem consideradas e avaliadas simultaneamente diversas opções de solução, de modo a se obter o projeto de um produto otimizado.

2. Superfície de resposta

A metodologia de definição de uma superfície de resposta representa para Montgomery (1976) uma técnica desenvolvida para a análise de problemas e otimização da resposta de situações na qual diversas variáveis independentes (observadas) influenciam uma variável dependente (resposta).

É representada por meio de um gráfico bidimensional com os eixos das variáveis x_1 e x_2 plotados no plano do papel e o eixo $E(y)$ perpendicular a este plano. Os contornos da solução apresentada pela variável resposta determinam a superfície de resposta.

O primeiro passo para a construção de uma superfície de resposta consiste em delimitar uma função adequada que descreva o fenômeno, a qual é mostrada na equação (01):

$$y = f(x_1, x_2) + \varepsilon \quad (01)$$

com:

y = variável dependente (resposta);

f = função polinomial;

x_1, x_2 = variáveis independentes (observadas);

ε = erro aleatório.

A resposta esperada é descrita por:

$$E(y) = \eta \quad (02)$$

com:

$$\eta = f(x_1, x_2) \quad (03)$$

A qual é denominada superfície de resposta.

A técnica é delineada por Box e outros (1978) para responder a questões dentre as quais:

1. como uma determinada resposta é afetada pelas variáveis observadas em relação a uma delimitada região de interesse?
2. quais os valores de entrada que descrevem a eficiência máxima para uma resposta específica e qual a superfície de resposta representativa deste máximo?
3. quais as tendências, se existirem, e que constituição das variáveis observadas pode representar um produto que satisfaça simultaneamente as condições especificadas?

Para Montgomery a metodologia da superfície de resposta representa uma compilação de técnicas matemáticas e estatísticas, com o objetivo de delimitar uma superfície ajustada que represente uma adequada aproximação da função resposta, a qual implica em uma análise aproximada do sistema real. Na maioria dos casos a forma da relação entre a variável resposta e as observadas não é conhecida. A função normalmente utilizada para expressar este relacionamento é representada por um polinômio de baixa ordem (grau um ou dois). As figuras usualmente obtidas são representadas, entre outras, por: planos, cilindro parabólico, elipsóide, hiperbolóide de uma ou duas folhas, hiperbolóide parabólico. A análise de uma superfície de resposta pode ser processada como o subir ou descer de uma montanha, onde o cume pode representar um ponto de máximo ou de mínimo. Este procedimento recomenda o movimento ao longo da trajetória da crista ou calha, dependendo da concavidade ou convexidade da figura, a qual representa a direção de aumento máximo na resposta. Ocorre em muitos casos a situação que a estimativa das condições de otimização está afastada do ótimo real. Nesta circunstância o objetivo do experimento consiste em mover os resultados para a vizinhança da resposta máxima. O objetivo final da análise de uma superfície de resposta consiste em determinar as condições ótimas para o sistema, ou delimitar uma região do espaço em que as especificações do problema são

satisfeitas. Não deve ser utilizada para determinar os mecanismos físicos do sistema, embora possa ajudar.

3. A superfície de resposta do projeto de um produto habitação

Um estudo de caso da aplicação desta metodologia, é apresentado pelo desenvolvimento do projeto de um produto habitação.

Os atributos de composição do arranjo físico de uma habitação são basicamente de natureza geométrica, exibidos pelos planos horizontais, compondo o piso e o teto, e os planos verticais, delimitando as paredes de vedação bem como divisórias, em conjunto com os elementos de conexões representados por janelas e portas.

A partir destes atributos, o projetista define diversas opções de solução, que deverá avaliar, de modo a propor a que melhor atenda às especificações do problema. Situação similar é vivenciada pelo empreendedor, que diante de diversas possibilidades de projetos, deve escolher uma determinada opção de habitação que ele deverá produzir e oferecer ao mercado. Este processo de seleção normalmente manifesta complicações pela subjetividade e envolvimento de múltiplos atributos, principalmente pela sua natureza conflitiva, notadamente os estabelecidos pela qualidade e o custo.

Caracterizado pela multiplicidade de opções e pela busca da otimização das soluções, o conceito estratégico é particularmente indicado no desenvolvimento de produtos na fase de projeto, em que deve, segundo Nutt (1988), serem consideradas e avaliadas simultaneamente diversas opções de solução, de modo a se obter o projeto de um produto otimizado.

As superfícies de respostas representam uma metodologia que possibilitam a aplicação deste conceito estratégico.

4. Determinação de um modelo de perdas.

Um modelo de avaliação da qualidade a partir de sua função perda, é apresentado por Taguchi (1990), o qual é representado por uma função da perda quadrática igual ao quadrado da diferença entre o valor projetado e o característico da qualidade do produto. Este modelo avalia as perdas em termos de valores monetários, as quais são causadas basicamente pela variabilidade da função intrínseca do produto durante a sua vida útil, e pelos efeitos colaterais nocivos associados ao seu uso. Busca otimizar o custo total do produto por meio da minimização de perdas ao cliente, assim como ao produtor e a sociedade.

A metodologia proposta por Martins (1999), para a determinação de um modelo de perdas é definida por:

1. Estabelecimento das variáveis independentes (observadas);
2. Quantificação das variáveis observadas;
3. Determinação de uma função perda de qualidade (variável resposta), em relação as variáveis observadas;
4. Construção da superfície de resposta.

No presente estudo de caso, tem-se:

1. As variáveis observadas estabelecidas como determinantes da qualidade da solução de projeto, são representadas por:
 - 1.1 área útil do apartamento (AU);
 - 1.2 perímetro da parede externa (CE);
 - 1.3 perímetro mobiliável (CM), perímetro das paredes internas que possibilitem a alocação de mobiliário, e permitam o estabelecimento de uma interface (circulações e acessos de trabalho) com o corpo humano;
 - 1.4 conexões por portas (CP) e janelas (CJ) (somatória da largura das portas e janelas).
2. Variáveis observadas quantificadas em função de sua dimensão geométrica, ou seja: a área em metros quadrados e os perímetros e conexões em metros.

3. Determinação de uma função perda da qualidade por meio de:
 3.1 Quantificação de um índice de qualidade de uma solução de projeto (IQ), a partir da equação (04):

$$IQ = \frac{AU^{1/3} \cdot AA^{1/6}}{m} + \frac{CE + CM + CP + CJ}{2 \cdot (AU)^{1/2}} \quad (04)$$

sendo:

m = fator métrico;

AA = área útil do apartamento representativo da qualidade requerida.

- 3.2 Quantificação de um índice de qualidade para uma solução de projeto alvo especificado como representativo da qualidade requerida (IQaa), a partir das variáveis qualificadoras do projeto alvo, por meio da equação (05):

$$IQaa = \frac{AA^{1/2}}{m} + \frac{CEaa + CMaa + CPaa + CJaa}{2 \cdot (AA)^{1/2}} \quad (05)$$

- 3.3 Determinação da qualidade de solução de projeto (IQG), em relação à solução especificada como representativa da qualidade requerida, a partir da equação (06):

$$IQG = \frac{IQ}{IQaa} \quad (06)$$

- 3.4 Desenvolvimento de um modelo de perdas da qualidade, a partir de uma análise estatística de modelos de ajuste. No presente caso foram utilizadas na análise uma amostra de 177 projetos com configurações de um a quatro dormitórios, e o modelo obtido é apresentado na equação (07):

$$AN = (AU - PD) = AA \cdot (IQG)^3 + \varepsilon \quad (07)$$

com:

AN = área nominal do arranjo físico, em metros quadrados;

PD = perdas representadas pela variável área;

ε = erro aleatório.

- 3.5 Determinação de um índice de qualidade nominal (IQN), representando uma relação de perdas, por meio da equação (08):

$$IQN = \frac{AN}{AU} \quad (08)$$

A partir das variáveis qualificadoras do produto, é processada a análise estatística de modelos de ajuste, com a obtenção de uma função de potência de terceiro grau explicativa do modelo de perdas da qualidade (coeficiente de explicação igual a 0,997), ou seja, o custo para a obtenção de um determinado índice de qualidade do arranjo físico de uma habitação (reproduzido pela área) é igual a uma constante multiplicada pelo índice de qualidade da configuração espacial elevado ao cubo. Procedendo-se a análise matemática desta equação, sob o enfoque da adoção de um projeto alvo, reproduzindo a qualidade requerida, é possível verificar que o valor da constante estabelecida é igual ao valor da área útil do projeto alvo, definindo portanto um modelo de determinação da qualidade geométrica do arranjo físico de uma habitação a partir de uma função de perdas.

Qualidade requerida definida, segundo o enunciado proposto por Gitlow (1993) como o sentimento e julgamento feito pelos clientes e usuários a respeito do grau em que um produto atende ou excede as suas necessidades ou expectativas, representando aqui o atendimento integral (valor igual a 1,0 em uma escala de 0 a 1).

5. Construção de uma superfície de resposta.

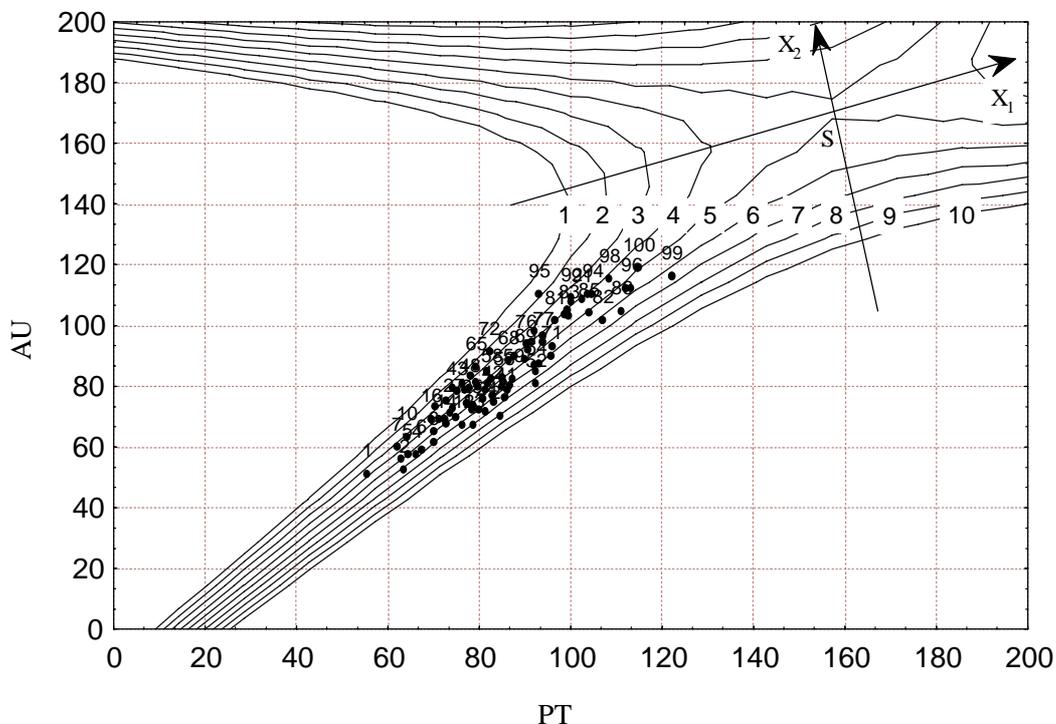
A análise, avaliação e otimização da configuração espacial de um apartamento segundo a metodologia proposta, é processada por meio do índice de qualidade nominal IQN.

O mapa de valores reproduz as superfícies de resposta de variáveis dependentes (índices de qualidade geométrica, qualidade nominal,) em relação a variáveis independentes tais como: área útil, perímetro externo e de contorno, parede interna e externa, determinantes do arranjo físico, e qualificadoras da solução do projeto.

A superfície de resposta apresentada na figura (01) representa o mapa de valores referente a projetos de apartamentos de três dormitórios representados por uma amostra de cem produtos, e foi construída com a utilização do software Statistica (1997), e são aqui denominadas de mapa de valores.

O estabelecimento de um banco de dados com configurações espaciais de produtos similares em termos de variáveis geométricas e atributos qualificadores válidos em um determinado contexto: regional, cultural, tecnológico e tipológico entre outros, permite a construção de superfícies de resposta e determinação de algoritmos nominais de projeto que possibilitam a análise, avaliação e otimização de projetos de uma habitação com características semelhantes.

FIGURA (01) – Mapa de valores do índice de qualidade nominal em relação à quantidade de paredes totais e de área útil.

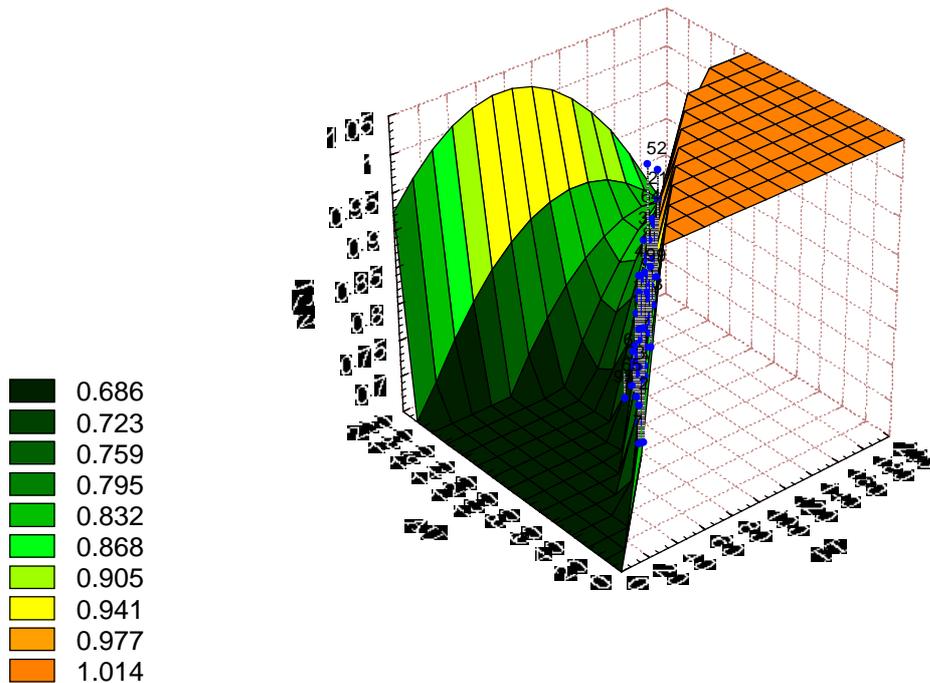


Legenda:	
Nível	IQN
1	0.686
2	0.723
3	0.759
4	0.795
5	0.832
6	0.868
7	0.905
8	0.941
9	0.977
10	1.014

As curvas apresentadas nos mapas de valores representam os níveis da variável resposta, neste caso a qualidade nominal dos projetos.

Os projetos são representados como um ponto nestes mapas de valores.

FIGURA (02) – Parabolóide hiperbólica (sela) representativa da superfície de resposta de IQN em função de PT e AU



6. Análise da superfície de resposta.

A análise da superfície de resposta é processada neste exemplo, por meio da variável resposta índice de qualidade nominal IQN, em relação as variáveis geométricas observadas AU, PT. O intento desta análise é a de verificar o comportamento das variáveis observadas em relação a variável resposta, a determinação de uma região de maximização visando o deslocamento das variáveis observadas para esta região de resposta máxima, no intuito de otimizar a solução.

A maximização da variável resposta na superfície de resposta do índice de qualidade nominal IQN, representada pela superfície de uma sela, em função das variáveis geométricas observadas: PT e AU, está posicionada ao longo do eixo X_1 no sentido de sua subida, até alcançar o ponto S. A partir deste ponto S (origem dos eixos X_1 e X_2) muda de direção para o eixo X_2 , no sentido de sua subida, com o ponto de otimização posicionado no topo da sela, conforme mostrada nas figuras (01).

A superfícies de resposta aqui apresentada reproduz o comportamento da variável dependente índice de qualidade nominal da solução geométrica (IQN), em relação a variáveis geométricas independentes (AU e PT), definidoras da composição geométrica do projeto e determinantes de atributos qualificadores da solução geométrica da configuração espacial de uma habitação. Representa uma dentre as diversas superfícies de resposta possíveis de serem obtidas a partir das variáveis observadas presentes no produto.

7. Conclusão.

O estabelecimento de atributos e variáveis qualificadoras de um produto, a sua devida quantificação e determinação de uma função de qualidade, permitem a construção de superfícies de resposta que possibilitam a análise, avaliação e otimização de soluções, bem como o desenvolvimento de novos produtos.

A dificuldade existente neste intuito, é a de obter uma função perda da qualidade, uma vez que não existe uma metodologia estabelecida para tal fim.

As superfícies de resposta representam uma ferramenta de grande alcance, que permitem ao projetista diminuir o grau de incerteza no processo do projeto, bem como apresenta uma visualização dos caminhos a seguir para o desenvolvimento de um novo produto, com o atendimento a características e atributos que determinem um produto inovador.

Outras variáveis respostas tais como o custo e a relação custo/qualidade são normalmente estabelecidas nesta análise, de modo a se obter mapas de valores que relacione as variáveis qualificadoras do produto e quantificadoras de seu custo.

A área de obtenção de superfícies de resposta representa uma fronteira de grande potencial para a melhoria e criação de novos produtos, se apresenta como uma área emergente e promissora com uma tendência de grande ampliação no futuro.

8. Bibliografia.

- BOX, George E. P. e outros. **Statistics for experiments. An introduction to design, data analysis and model building.** New York: John Wiley & Sons, 1978. 653 p.
- CORNELL, John A. **How to apply response surface methodology.** Milwaukee: American Society for Quality Control, 1984. 49p.
- GITLOW, Howard S. **Planejando a qualidade, a produtividade e a competitividade.** Rio de Janeiro: Qualitymark. Ed., 1993. 190p.
- KAPUR, Kailash C.; CHO, Byung-Rae. Economic design of the specification region for multiple quality characteristics. **I I E Transactions**, v. 28, p. 237-248, 1996.
- MALEN, Donald E. Decision making in preliminary product design: combining economic and quality considerations. **The Engineering Economist**, v.41, n.2, 1996.
- MARTINS, Daniel das Neves 1999, **Metodologia para determinar e avaliar a qualidade e o custo da solução geométrica do projeto arquitetônico de apartamentos.** Florianópolis: UFSC, 200p. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de Santa Catarina.
- MONTGOMERY, Douglas C. **Design and analysis of experiments.** New York: John Wiley & Sons, 1976. 418 p.
- NUTT, Bev. The strategic design of buildings. **Long Range Planning**, v. 21, n.4, p. 130-140, 1988.
- Statistica [CD Room] Release 5, '97, Edition. Tulsa, Oklahoma: Stat Soft, 1997. CD Room. Software.
- TAGUCHI, Genich; CLAUSING, Don. Robust quality. **Harvard Business Review**, p. 65-75, jan/feb. 1990.