

O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE PROJETOS COM RESTRIÇÃO DE RECURSOS (*RESOURCE-CONSTRAINED PROJECT SCHEDULING PROBLEM*)

Jorge de Araújo Ichihara, M.Eng., D.Eng.

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UFPA/CT/PPGEC
Fones (091): 211.2062, 279.5156 e 9985.7593 - e-mail: ichihara@amazon.com.br

Abstract: This article approaches Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP), which belongs to the class of the optimization problems called NP-complete. The objective is to focus the subject as a group of activities interrelated technologically (precedence constraints), under resource constraints, it can be programmed as a way to assist an objective of administration.

Key Words: Scheduling, Resource-Constrained Project Scheduling Problem, planning.

1. Introdução

O RCPSP foi introduzido por Kelley (1963) e Wiest (1963) [apud Boctor, 1990]. A pesquisa sobre este tipo de problema pode ser classificada de acordo com dois critérios: a função objetivo e as categorias de recursos (Ozdamar e Ulusoy, 1994). Em se tratando de função objetivo, os objetivos mais popularizados são a minimização da duração do projeto (objetivo baseado no tempo) e a maximização do valor presente do projeto (objetivo baseado no custo) [Doersch e Patterson, 1977; Yang, Talbot e Patterson, 1993].

Considerando que o problema é NP-Completo, os algoritmos não podem encontrar um ponto de ótimo ou até mesmo um boa solução para problemas grandes e complexos [Cho e Kim, 1997]. Foi para apresentar o problema de uma maneira completa e para estimular a criação de heurísticas, notadamente híbridas do *Tabu Search*, *Simulated Annealing* e *Genetic Algorithms*, que este artigo foi desenvolvido.

2. Os Problemas de Alocação de Recursos

Os tempos de início e de término resultantes da aplicação das tradicionais redes CPM, PERT e PDM, implicam em perfis do uso de recursos ao longo do tempo de realização do projeto. Alocar um recurso significa designá-lo para uma determinada atividade por período de tempo, de forma a não acontecer de a capacidade de consumo ser maior que a disponibilidade. Em um processo de alocação de recursos, podem ocorrer duas situações: (1) a oferta é maior que a demanda, e neste caso, os recursos não são fatores limitantes na implementação do projeto, ou (2) a demanda é maior que a oferta em uma ou mais unidades de tempo.

Na segunda situação, podem ocorrer três tipos importantes de problemas: (1) haver necessidade de reduzir a variação nos perfis de demanda, (2) ser necessário reduzir a duração do projeto, e para isto, ter que adicionar recursos ao menor custo, e (3) ser necessário gerar uma combinação das datas de início das atividades, de modo que o recurso disponível não seja ultrapassado pelas despesas em nenhum período de tempo. Portanto, os problemas de alocação de recursos podem ser classificados em três tipos

principais [Davis, 1973], respectivamente: o Problema do Nivelamento de Recursos, o Problema da Compressão de Projetos e o Problema da Alocação de Recursos Limitados.

3. O Problema de Programação de Projetos com Limitação de Recursos (RCPSP - Resource-Constrained Project Scheduling Problem)

O Problema da Programação de Projetos com Limitação de Recursos, é uma generalização do problema *job-shop* estático e portanto, pertencente à classe dos problemas de otimização NP-Completo [Parker e Rardin, 1981, 1982; Blazewincz *et al.*, 1983]. Ele enfoca a questão de como um conjunto de atividades inter-relacionadas tecnologicamente (*precedence constraints*), sob restrições de recursos (*resource constraints*), pode ser programado de forma a atender um objetivo da administração.

A formulação do RCPSC clássico ou na forma padrão, pode ser observado na figura 1, sob as seguintes suposições [Demeulemeester e Herroelen, 1996]:

- Um projeto consiste de diferentes atividades, as quais são representadas no formato atividade-no-nó (*activity-on-the-node format* - um grafo direcionado e acíclico, no qual os nós representam as atividades e os arcos representam as restrições de precedência). Duas atividades fantasmas são introduzidas: a atividade I representa a atividade de início do projeto e é a predecessora direta ou indireta de toda atividade do projeto, enquanto a atividade N denota a atividade de final do projeto e é uma sucessora direta ou indireta de toda atividade.
- As atividades estão relacionadas por um jogo de relações de precedência Final-Início com um atraso de tempo zero, implicando que nenhuma atividade pode iniciar antes que as suas predecessoras tenham sido completadas.
- Nenhuma data de início ou de término é imposta a qualquer atividade do projeto.
- Cada atividade i $\{i = 1, \dots, N\}$ tem uma duração constante d_i (tempos de preparação são desprezíveis ou estão incluídas na duração fixada).
- Cada atividade i requer um número constante de unidades r_{ik} de um recurso renovável do tipo k ($k = 1, \dots, K$). Os requerimentos de recurso r_{ik} são constantes conhecidas sobre o intervalo de processamento da atividade.
- A disponibilidade a_k de um recurso renovável do tipo k é também uma constante conhecida ao longo do intervalo de duração do projeto.
- Nenhuma atividade pode ser interrompida depois de iniciada (não é permitido preempção de atividade).
- O objetivo é completar o projeto tão logo quanto possível, sem violar qualquer restrição de recurso e de precedência.

Problema da Programação de Projetos com Restrição de Recursos

Minimize f_N

Sujeito a

$$f_i \leq f_j - d_j \quad \forall (i, j) \in H,$$

$$f_1 = 0,$$

$$\sum_{i \in St} r_{ik} \leq a_k \quad \forall k = 1, \dots, K; 1, \dots, f_n,$$

Onde:

a_k : A disponibilidade total do recurso tipo k ;

d_j : duração de atividade i ;

f_j : data de término da atividade i ;

N : número de atividades no projeto;

H : conjunto de pares de atividades indicando relações de precedência
Final-início;

K : número de tipos de recurso;

r_{ik} : a quantidade de recursos do tipo k que é requerida pela atividade i ;

St : conjunto de atividades em progresso durante o intervalo de tempo
 $(t - 1, t] = \{t / f_i - d_i < t < f_i \}$;

Fig. 1 - O Problema da Programação de Projetos com Restrição de Recursos (*RCPSP-Resource Constrained Project Scheduling Problem*). Fonte: Demeulemeester e Herroelen, 1996.

4. Caracterização Geral do RCPSP

O Problema da Programação de Projetos com Restrição de Recursos pode ser caracterizado pelos seguintes itens [Lopez Vaca, 1995; Ichihara, 1998]: número de projetos simultâneos, natureza das informações do projeto, tipos de ligações permitidos; possibilidade de interrupção, modos de execução, tipos de recursos utilizados, número de recursos utilizados, número de objetivos e tipos de objetivos:

4.1. Número de Projetos Simultâneos

Um problema de programação de projetos pode envolver um único projeto (*single-project scheduling*) ou pode envolver vários projetos simultaneamente (*multi-project scheduling*). Sobre o caso de múltiplos projetos, menos comum, tem-se entre outros os trabalhos de Kurtulus e Narula (1982, 1985) e Mohanthy e Siddiq (1989).

4.2. Natureza das Informações do Projeto

Quando os dados sobre as atividades e os recursos envolvidos são determinados com precisão, diz-se que o problema é de natureza determinística; do contrário, quando alguns dos principais dados são variáveis segundo uma determinada distribuição de frequências, diz-se que o problema é de natureza probabilística [Elmaghraby, 1990].

4.3. Tipos de Ligações Permitidos

Os problemas podem permitir um ou mais tipos de ligações entre atividades: Início-Início (*Start to Start*); Início-Final (*Start to Finish*); Final-Início (*Finish to Start*); e Final-Final (*Finish to Finish*) [Moder *et al.*, 1983].

4.4. Possibilidade de Interrupção

Na forma original do problema abordado, toda e qualquer atividade, uma vez iniciada, não pode ser interrompida (*nonpreemptive case*) [Boctor, 1990]; são mais frequentes os artigos técnicos que apresentam procedimentos baseados nesta premissa. Métodos voltados para a possibilidade de interrupção das atividades (*preemptive case*) podem ser encontrados em Schrage (1972), Weglarz *et al.* (1977) e Slowinski (1980, 1981).

4.5. Modos de Execução

Quanto ao modo de execução, a forma clássica de abordagem envolve apenas uma e somente uma forma possível de execução para uma atividades (*single mode*). Quando existe mais de uma forma de execução para uma ou mais atividades, pode-se dizer que o problema pertence à classe de múltiplos modos (*multi-mode*). A grande maioria dos textos referem-se ao modo único; para o caso múltiplo, recomenda-se Boctor (1990,1996), Drexel e Gruenewald (1993) e Lopez Vaca (1995).

4.6. Tipos de Recursos Utilizados

Cada um dos recursos utilizados, pode ser classificado em uma das três categorias: Renovável, Não-renovável e Duplamente Restrito.

- Renovável (*Renewable*) - Quando o recurso em análise é limitado em quantidade, mas renovável de período à período.

- Não-renovável (*Non-Renewable*) - Quando a soma do recurso analisado é limitada para o projeto como um todo, não havendo renovação por período.

- Duplamente Restrito (*Doubly Constrained*) - Quando o recurso destinado ao projeto é limitado duplamente, na soma total e por período.

4.7. Número de Recursos Utilizados

Um projeto pode utilizar apenas um único recurso (*single resource*), ou se possível, pode expressar todos os recursos envolvidos sob apenas uma denominação, como o recurso financeiro, por exemplo. Em ambos os casos, diz-se que o recurso é único. De outro lado, estão os problemas de múltiplos recursos (*multiple resources*), de natureza mais complexa, e presentes em artigos como Mohantly e Siddiq (1989).

4.8. Número de Objetivos

Um problema de RCPSPP geralmente possui um único objetivo (*single objective*) a ser maximizado ou minimizado, como é o caso do procedimento padrão, que minimiza a

duração total do projeto. No entanto, é crescente o número de metodologias que trabalham simultaneamente com objetivos múltiplos (*multiple objectives*), como em Davis *et al.* (1975), Kurtulus e Davis (1982), Epstein *et al.*, (1992), e Li (1996).

4.9. Tipos de Objetivos

Existem muitos tipos de objetivos possíveis para um RCPS; os tipos mais comuns são:

- Minimização do Tempo de Execução do Projeto (*Project Completion Time*), utilizado em trabalhos como o de Davis e Heidron (1971), Patterson e Huber (1974) e Talbot e Patterson (1978).

- Minimização do Custo Total do Projeto (*Overall Project Cost*), que pode ser visto em Phillips e Dessouki (1977), Slowinski (1980, 1981) e Talbot (1982).

- Maximização do Valor Presente do Projeto (*Project Present Value*), encontrado em Doersch e Patterson (1977); Elmaghraby e Herroelen (1990); Herroelen e Gallens (1993); Kazaz e Sepil (1996); Icmeli e Erenguc (1996) e outros.

5. Procedimentos para Solucionar o RCPS

O RCPS pertence à classe dos problemas combinatoriais, a qual é caracterizada pelo crescimento fatorial do tempo computacional requerido para considerar todas as possíveis soluções, de acordo com o aumento do tamanho do problema [Davis, 1973]. Portanto, os procedimentos para solucioná-lo podem ser extraídos da Otimização Combinatorial.

A Otimização Combinatorial (CO) estuda problemas que são caracterizados por um número finito de soluções possíveis. Embora em princípio, a solução ótima para um problema finito possa ser encontrada por simples enumeração, na prática esta tarefa é frequentemente impossível, especialmente para problemas práticos de tamanho realístico onde o número de soluções possível pode ser extremamente alto [Papadimitriou e Steiglitz, 1985; Bjornal *et al.*, 1995]. Os pesquisadores de CO estudam as propriedades estruturais dos problemas e utilizam estas propriedades para criar técnicas de solução geral exatas e aproximadas.

Pode-se dividir os métodos de solução utilizados na Otimização Combinatorial, em dois grandes grupos: os procedimentos ótimos, que visam produzir a melhor solução através de programação matemática mais rigorosa, e os métodos de solução heurísticos, que visam produzir boas soluções:

5.1. Os Procedimentos Ótimos

Os procedimentos ótimos, também denominados exatos ou analíticos, subdividem-se em duas principais classes [MacCarthy e Liu, 1993]: os ótimos eficientes, que geram programações ótimas em tempo polinomial; e os ótimos enumerativos, que consistem de enumerações do conjunto de soluções possíveis. Ambos os procedimentos são inadequados para serem aplicados a problemas de tamanho e complexidade grandes.

5.2. Os Procedimentos Heurísticos

Em Pesquisa Operacional, o termo "Heurística" é usualmente entendido como sendo um algoritmo iterativo que não converge em direção à ótima solução, mas à uma solução possível do problema [Streim, 1975; Müller-Merbach, 1981]. Os mais importantes campos de ação da heurística são [Silver, Vidal e De Werra, 1980]:

- Problemas para os quais não existem algoritmos eficientes de convergência (*converging algorithms*), ou seja, algoritmos que não convergem para a solução em um tempo computacional aceitável.
- Problemas para os quais existem algoritmos eficientes de convergência, e que heurísticas podem ser utilizadas para acelerar o processo de solução. Como exemplo, o caso em que as heurísticas são utilizadas para encontrar uma boa solução inicial.
- Algoritmos de convergência que contém elementos de heurística, tal como a regra de seleção de um *pivot* em Programação Linear.
- Em diversas técnicas de busca em árvores como *Branch and Bound*, *bounded enumeration*, entre outros, como propostas *look-ahead*.

A maioria dos problemas para os quais não existem ou não podem ser desenvolvidos algoritmos de convergência eficientes, são de um tipo combinatorial (*combinatorial type*), no qual eles teriam que fazer arranjos, agrupamentos, ordenação ou seleção de objetos discretos.

Os métodos de solução heurísticas para o RCPSP basicamente envolvem seis diferentes tipos [Storer, Wu e Vaccari, 1992; Kolisch, 1996]: (1) Programação baseada em regras de priorização de único e múltiplos passos; (2) Procedimentos *branch and bound* truncados; (3) Heurísticas baseadas em programação inteira; (4) Conceitos de arco disjuntivo; (5) Técnicas de busca local, e (6) os Algoritmos Evolucionários.

6. Conclusão

O *Resource-Constrained Project Scheduling Problem* constitui um dos Problemas de Alocação de Recursos. Sua natureza combinatorial que o classifica como problema NP-Completo torna a pesquisa ao entorno de sua solução um dos grandes desafios da área de Programação de Projetos. Os métodos de solução analíticos ou exatos utilizados para solucionar o RCPSP, bem como os enumerativos, aplicam-se somente aos pequenos problemas e em nível de abstração tal, que geralmente não podem ser aplicados a situações do mundo real. Portanto, os métodos heurísticos constituem o objeto mais importante de pesquisa nessa área.

Bibliografia

- BLAZEWICZ, J., LENSTRA, J. K., RINNOOY KAN, A. H. G. *Scheduling Subject to Resource Constraints: Classification and Complexity*, Discrete Applied Mathematics, 5, pág. 11-24: 1983.
- BJORNDAL, M. H., CAPRARA, A., COWLING, P. I., DELLA CROCE, F., LOURENÇO, H., MALUCELLI, F., ORMAN, A. J., PISINGER, D., REGO, C.,

- SALAZAR, J. J. *Some Thoughts on Combinatorial Optimisation*. European Journal of Operational Research. 83. P. 253-270: 1995.
- BOCTOR, F. F. *Some Efficient Multi-Heuristics Procedures for Resource-Constrained Project Scheduling*. Eur. J. Opl. Res. No 49. P. 3-13: 1990.
- BOCTOR, F. F., *A New and Efficient Heuristic for Scheduling Projects with Resource Restrictions and Multiple Execution Modes*. European Journal of Operational Research. 90. p. 349-361: 1996.
- CHO, J. H., KIM, Y. D. *A simulated Annealing Algorithm for Resource Constrained Project Scheduling Problems*. Journal of the Operational Research Society. N. 48. P. 736-744: 1997.
- DAVIS, W. E., PATTERSON, J. H. *A Comparison of Heuristic and Optimum Solutions in Resource-Constrained Project Scheduling*. Management Science. V. 21. No. 8, p. 944-955: 1975.
- DAVIS, W. E., *Project Scheduling Under Resources Constraints-Historical Review and Categorization of Procedures*. AIIE Transactions. V. 5(4), p. 147-163: 1973.
- DEMEULEMEESTER, E. L., HERROELEN, W. S. *An Efficient Optimal Solution Procedure for the Preemptive Resource-Constrained Scheduling Problem*. European Journal of Operational Research. 90, pág. 334-348: 1996.
- DOERSCH, E. H., PATTERSON, J. H. *Scheduling a Project to Maximize its Present Value: a Zero-One Programming Approach*. Management Science, 23 (8), 882-889: 1977.
- DREXEL, A., GRUENEWALD, J. *Nonpreemptive Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling*. IIE Transactions, 25(5), pág. 74-81: 1993.
- ELMAGHRABY, S. E. *Project Bidding Under Deterministic and Probabilistic Activity Durations*. European Journal of Operational Research. N. 49. P. 14-34: 1990.
- ELMAGHRABY, S. E., HERROELEN, W. S. *The Scheduling of Activities to Maximize the Net Present Value of Projects*. European Journal of Operational Research. N. 49. P. 35-49: 1990.
- EPSTEIN, S., WILAMOWISKY, Y., DICKMAN, B. *Deterministic Multiprocessor Scheduling With Multiple Objectives*. Computers Operations Research, 19 (8), pág. 743-749: 1992.
- HERROELEN, W. S., GALLEN, E. *Computational Experience with an Optimal Procedure for the Scheduling of Activities to Maximize the Net Present Value*. European Journal of Operational Research. N. 65. P. 274-277: 1993.
- ICHIHARA, J. A. *Um Método de Solução Heurístico para a Programação de Edifícios Dotados de Múltiplos Pavimentos-Tipo*. Tese de Doutorado. EPS. UFSC. Florianópolis: 1998.
- ICMELI, O., ERENGUC, S. S. *A Branch and Bound Procedure for the Resource Constrained Project Scheduling Problem with Discounted Cash Flows*. Management Science, v. 42, n. 10, p. 1395-1408: 1996.
- KAZAZ, B., SEPIL, C. *Project Scheduling with Discounted Cash Flows and Progress Payments*. Journal of the Operational Research Society. N. 47. P. 1262-1272: 1996.
- KOLISCH, R., *Serial and Parallel Resource-Constrained Project Scheduling Methods Revisited: Theory and Computation*. European Journal of Operational Research. N. 90, p. 320-333: 1996.
- KURTULUS, I. S., DAVIS, E. W. *Multi-Project Scheduling: Categorization of Heuristic Rules Performance*. Management Science, 28, pág. 161-172: 1982.
- KURTULUS, I. S., NARULA, S. C. *Multi Project Scheduling: Analysis of Project Performance*. IIE Transactions, 17, pág. 58-66: 1985.
- LI, S., *New Approach for Optimization of Overall Construction Schedule*. V. 122, 1, pág. 7-13: 1996.

- LOPEZ VACA, O. C. *Um Algoritmo Evolutivo para a Programação de Projetos Multi-Modos com Nivelamento de Recursos Limitados*. Tese Dout., UFSC. Florianópolis: 1995.
- MACCARTHY, B. L. LIU, J. *Addressing the Gap Scheduling Research: a Review of Optimization and Heuristic Method in Production Scheduling*. International Journal of Production Research. v. 31, n. 1, pp. 59-79: 1993.
- MODER, J. J., PHILLIPS, C. R., DAVIS, E. W. *Project Management With CPM, PERT and Precedence Diagramming*. 3ª ed., Reinhold, New York: 1983.
- MOHANTHY, R. P., SIDDIQ, M. K. *Multiple Projects Multiple Resources-constrained Scheduling: Some Studies*. International Journal of Production Research, 27 (2), pág. 261-280: 1989.
- MÜLLER-MERBACH, H. *Heuristics and their Design: a Survey*. European Journal of Operational Research, n. 8, p. 1-23: 1981.
- ÖZDAMAR, L. ULUSOY, G. *A Local Constraint Based Analysis Approach to Project Scheduling Under General Resource Constraints*. European Journal of Operational Research. N. 79. P. 287-298: 1994.
- PAPADIMITRIOU, C. H., STEIGLITZ, K. *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NY: 1982.
- PARKER, R. G., RARDIN, R. L., *An Overview of Complexity Theory in Discrete Optimization: Part I. Concepts*. IIE Transactions. V. 14. No. 1: 1981.
- PARKER, R. G., RARDIN, R. L., *An Overview of Complexity Theory in Discrete Optimization: Part II. Results and Implications*. IIE Transactions. V. 13. No. 1: 1982.
- PATTERSON, J. H., HUBER, W. D. *A Horizon-Varying, Zero-One Approach to Project Scheduling*. Management Science, 20 (6), 990-998: 1974.
- PHILLIPS, S., DESSOUKI, M. I. *Solving the Project Time/Cost Tradeoff Problem Using the Minimal Cut Concept*. Management Science, 24 (4), 393-400: 1977.
- SCHRAGE, L. *Solving Resource-Constrained Network Problems by Implicit Enumeration, Preemptive Case*. Operations Research, 20 (3), 668-677: 1972.
- SLOWINSKI, R. *Two Approaches to Problems of Resource Allocation Among Project Activities: A Comparative Study*. Journal of the Operational Research Society, 31 (8), pp. 711-723: 1980.
- SLOWINSKI, R. *Multiobjective Network Scheduling with Efficient Use of Renewable and Non-Renewable Resources*. European Journal of Operational Research, 7 (3), 265-273: 1981.
- SILVER, E. A., VIDAL, R. V. V., De WERRA, D.; *A Tutorial on Heuristic Methods*, European Journal Operational Research, n. 5, p. 153-162: 1980.
- STORER, H. R., WU, S. W., VACCARI, R. *New Search Spaces for Sequencing Problems With Application to Job Shop Scheduling*. Management Science, v. 38. n. 10, p. 1495-1509: 1992.
- STREIM, H., *Heuristische Lösungsverfahren - Versuch einer Begriffsklärung*, Z. Operations Res., n. 19, p. 143-162: 1975.
- TALBOT, F. B. *Resource-Constrained Project with Time-Resource Trade-Offs: The Non-Preemptive Case*. Management Science, 28 (10), 1197-1210: 1982.
- TALBOT, F. B., PATTERSON, J. H. *An Efficient Integer Programming Algorithm with Network Cuts for Solving Resource-Constrained Sequencing Problems*. Management Science, 24 (11), p. 1163-1174: 1978.
- WEGLARZ, J., BLAZEWICZ, J., CELLARY, J., SLOWINSKI, R. *An Automatic Revised Simplex Method for Constrained Network Scheduling*. ACM Transactions on Mathematical Software, 3, pág. 295-300: 1977.
- YANG, K. K., TALBOT, F. B., PATTERSON, J. *Scheduling a Project to Maximize its Present Value: an Integer Programming Approach*. European Journal of Operational Research. N. 64. P. 188-198: 1993.