

MODELAGEM DE EQUAÇÕES ESTRUTURAIS NA MELHORIA DA GESTÃO

Sérgio Luís Dutra de Lamare, M.Sc.

Centro de Análises de Sistemas Navais, Praça Barão de Ladário s/n, Ilha das Cobras – Ed. 8 AMRJ 3º andar,
CEP 20091-000 Rio de Janeiro – RJ e-mail : delamare@mtec.com.br , delamare@casnav.mar.mil.br

Abstract

Structural Equations Modeling (SEM) is a statistical technique that combines multiple regressions and factor analysis in the simultaneous estimation of cause and effect relationships, and the verification of the influences among variables in a model. This technique is applied in social sciences since the sixties, in fields such as sociology, econometry, biology, and management science – the scope of this work. Accordingly to Bollen [2], discussions were also developed in the fields of psychology and in economics.

Recent developments in graphic representation of the models, and in the identification of the logic behind cause and effect relationships, indicate SEM as a primary approach of causal modeling. This technique can deliver a scientific bases, instead of superficial evaluations, in the measurement of the influence of different entities involved in a relationship model, for example in enterprise quality management.

This work introduces a method [7] which can be useful to organizations wishing to verify the level of inter-relationship among entities inside its management system. The application of this method may also be extended in segments such as: healthcare, education, welfare, etc.

Key words: Structural Equations Modeling, cause and effect relationships, Enterprise Quality Management.

1. Introdução

Para a utilização da Modelagem de Equações Estruturais (MEE) é necessária uma justificativa teórica, para que as especificações, modificações ou avaliações dos relacionamentos de causa-e-efeito [1,6,10], nos modelos, possam ser fundamentadas. Segundo Hair [7], a teoria utilizada na MEE fornece uma explicação para quase todos os aspectos da modelagem.

Em alguns casos, onde os relacionamentos obtidos são específicos, o objetivo a ser alcançado é a confirmação desses relacionamentos. Em outros, os relacionamentos não são bem conhecidos e o objetivo é descobrir esses relacionamentos. A flexibilidade da MEE permite atingir esses dois objetivos de pesquisa, entretanto os mesmos devem ser bem definidos e orientados para estratégia de modelagem a ser utilizada.

Hair [7] define três estratégias distintas na MEE: (1) desenvolvimento de um modelo a ser estimado, utilizando a MEE para avaliar e realizar uma análise confirmatória nesse modelo; (2) desenvolvimento de um modelo a ser estimado e de outros modelos, a fim de apresentarem melhores ajustes ao modelo estimado a partir de comparações entre os modelos; e (3) desenvolvimento de um modelo a ser estimado, cuja finalidade é realizar modificações nesse modelo por meio do modelo estrutural e/ou de medição e, a partir daí, desenvolver um outro modelo para ser estimado .

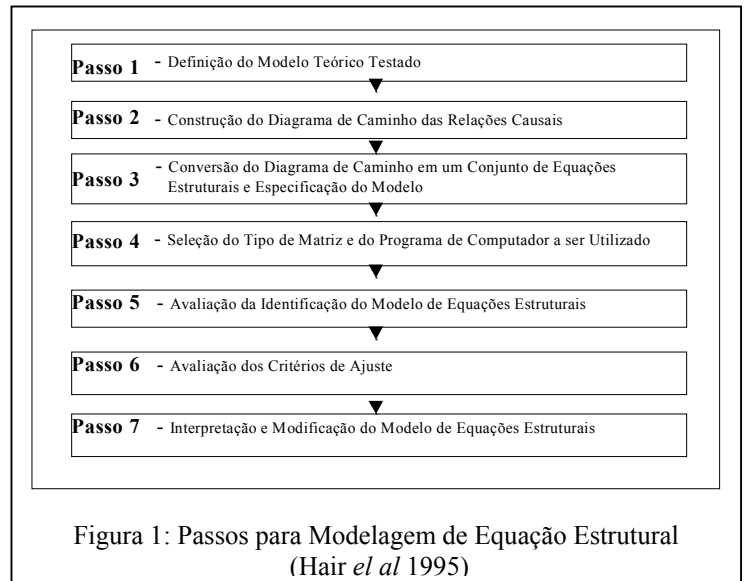
2. Desenvolvimento

2.1. Os Passos Utilizados para a Modelagem de Equação Estrutural

O verdadeiro valor de modelagem de equações estruturais vem dos benefícios de usar os modelos estrutural e de medição simultaneamente, cada um desempenhando distintos papéis na análise final.

Para garantir que ambos os modelos estejam corretamente especificados e que os resultados sejam válidos, um **processo de sete passos** a ser executado.

A Figura 1 apresenta o processo utilizado neste artigo, e que foi preconizado por Hair, cujos passos são descritos a seguir.



2.2. O Processo de Modelagem de Equações Estruturais

2.2.1. Passo 1 - Definição do Modelo Teórico

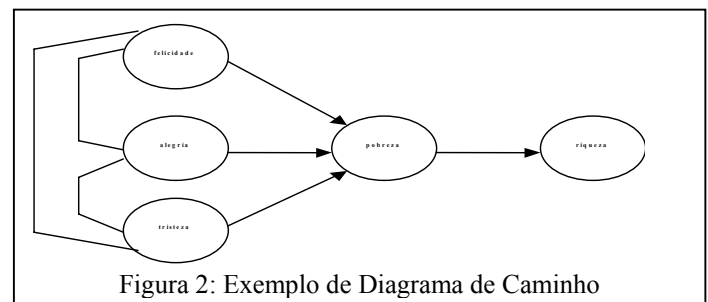
Neste passo, o modelo a ser avaliado é dimensionado por meio de relacionamentos causais, onde as variáveis são identificadas e relacionadas. Deve-se tomar o cuidado de não se omitir as variáveis determinantes ou significativas no modelo a ser verificado. Esse problema é conhecido como erro de especificação. Por outro lado, não se deve incluir qualquer variável sem uma avaliação da sua real necessidade, devendo ser levados em consideração os limites práticos da MEE.

Não existe nenhum limite quanto ao número de variáveis a serem incluídas no modelo, mas é necessário que sejam considerados os benefícios de uma modelagem concisa e parcimoniosa. Hair [7] afirma que, frequentemente, a interpretação dos resultados se torna difícil na medida em que o número de variáveis se torna excessivamente alto.

2.2.2. Passo 2 - Construção do Diagrama de Caminho

Após a definição do modelo teórico a ser estudado, é feita a sua apresentação gráfica, utilizando um diagrama de caminho, onde são indicadas as relações causais entre as variáveis latentes.

A Figura 2 apresenta um exemplo de diagrama de caminho.



2.2.3. Passo 3 - Conversão do Diagrama de Caminho em um Conjunto de Equações Estruturais e Especificação do Modelo

Após a definição do modelo teórico e da sua representação em um diagrama de caminho, é realizada a conversão desse diagrama em equações, onde os modelos estrutural e de medição são especificados, por meio das variáveis utilizadas no modelo.

Além disso, é especificado um conjunto de matrizes, indicando os relacionamentos e as correlações entre as variáveis.

Para exemplificar a conversão de um diagrama de caminho em um conjunto de equações estruturais, tomemos o exemplo do diagrama de caminho mostrado na Figura 2, e que está mostrado na Figura 3.

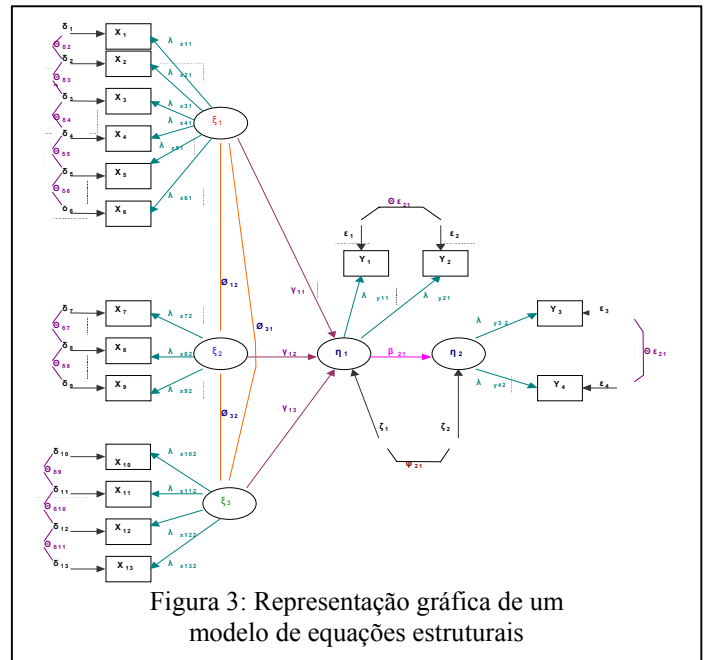


Figura 3: Representação gráfica de um modelo de equações estruturais

Notação Utilizada

Fonte: (Hair 1995)

Letra	Descrição	Matriz	Elementos
M o d e l o E s t r u t u r a l :			
B e t a	Matriz dos coeficientes de relacionamentos endógenos entre variáveis latentes endógenas	$B_{n \times n}$	β_{ij}
G a m m a	Matriz dos coeficientes de relacionamentos exógenos entre variáveis latentes exógenas e endógenas	$\Gamma_{n \times m}$	γ_{ij}
P h i	Matriz de correlações entre variáveis latentes exógenas	$\Phi_{m \times m}$	θ_{ij}
P s i	Matriz de correlações entre variáveis latentes endógenas	$\Psi_{n \times n}$	φ_{ij}
M o d e l o d e M e d i ç ã o :			
L a m b d a - X	Matriz de correspondência entre variáveis observadas exógenas	$\Lambda_{p \times m}$	λ^x_{ij}
L a m b d a - Y	Matriz de correspondência entre variáveis observadas endógenas	$\Lambda_{q \times n}$	λ^y_{ij}
T h e t a - d e l t a	Matriz de erros de predição para variáveis observadas exógenas	$\Theta_{p \times p}$	δ_{ij}
T h e t a - e p s i l o n	Matriz de erros de predição para variáveis observadas endógenas	$\Theta_{q \times q}$	ϵ_{ij}

- m = quantidade de variáveis latentes exógenas
- n = quantidade de variáveis latentes endógenas
- p = quantidade de variáveis observadas exógenas
- q = quantidade de variáveis observadas endógenas
- ξ = variável latente exógena
- η = variável latente endógena
- X = variável observada exógena
- Y = variável observada endógena

Equações do Modelo Estrutural:

	Variáveis Latentes Exógenas			Variáveis Latentes Endógenas		Erro		
	ξ_1	ξ_2	ξ_3	η_1	η_2			
η_1	$=$	$\lambda_1^1 \xi_1$	$+$	$\lambda_2^1 \xi_2$	$+$	$\lambda_3^1 \xi_3$	$+$	ϵ_1
η_2	$=$			$\beta_{11} \eta_1$	$+$		$+$	ϵ_2

Representação Matricial:

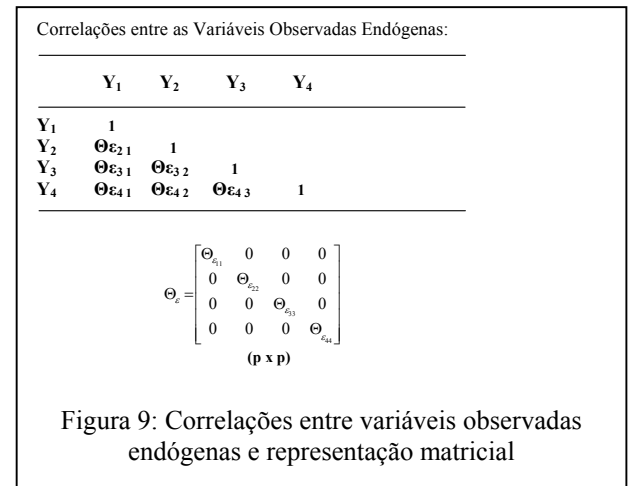
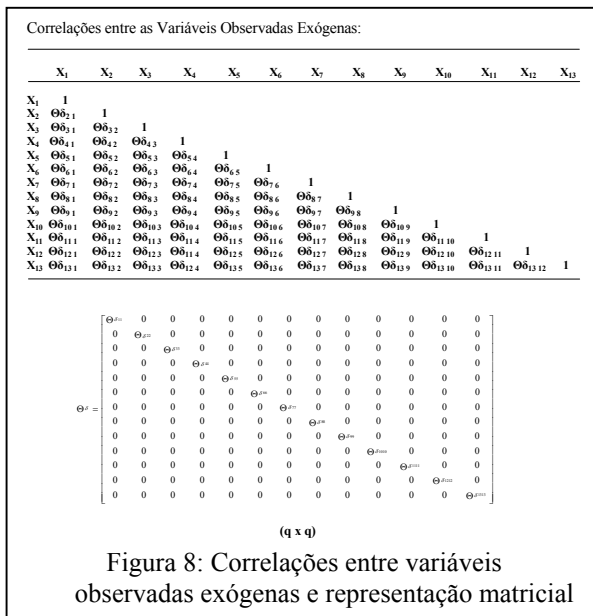
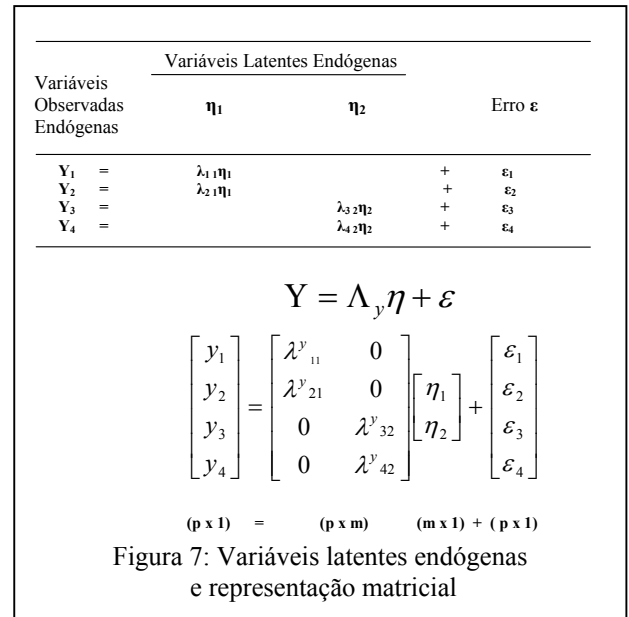
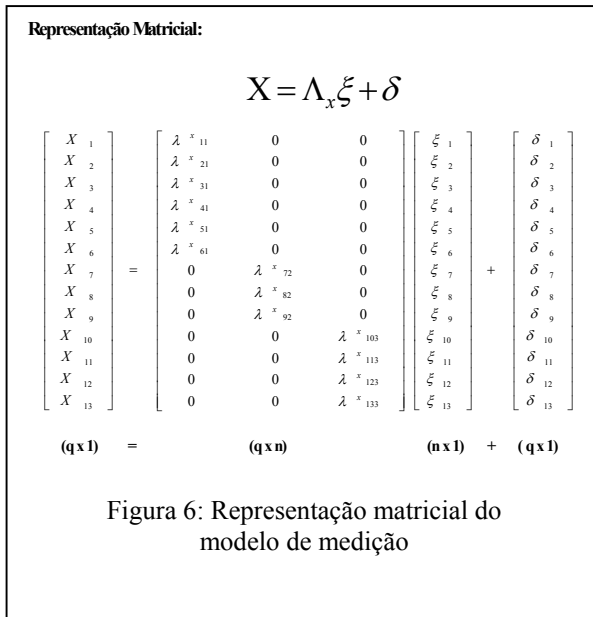
$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}_{(m \times 1)} = \begin{bmatrix} \gamma^{11} & \gamma^{12} & \gamma^{13} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(m \times n)} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix}_{(n \times 1)} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \beta^{21} & 0 \end{bmatrix}_{(m \times m)} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}_{(m \times 1)} + \begin{bmatrix} \zeta^1 \\ \zeta^2 \end{bmatrix}_{(m \times 1)}$$

Figura 4: Equações do modelo estrutural e representação matricial

Equações do Modelo de Medição:

Variáveis Observadas Exógenas	Variáveis Latentes Exógenas			Erro ϵ	
	ξ_1	ξ_2	ξ_3		
X_1	$=$	$\lambda_{11} \xi_1$		$+$	δ_1
X_2	$=$	$\lambda_{21} \xi_1$		$+$	δ_2
X_3	$=$	$\lambda_{31} \xi_1$		$+$	δ_3
X_4	$=$	$\lambda_{41} \xi_1$		$+$	δ_4
X_5	$=$	$\lambda_{51} \xi_1$		$+$	δ_5
X_6	$=$	$\lambda_{61} \xi_1$		$+$	δ_6
X_7	$=$		$\lambda_{72} \xi_2$	$+$	δ_7
X_8	$=$		$\lambda_{82} \xi_2$	$+$	δ_8
X_9	$=$		$\lambda_{92} \xi_2$	$+$	δ_9
X_{10}	$=$			$+$	δ_{10}
X_{11}	$=$		$\lambda_{103} \xi_3$	$+$	δ_{11}
X_{12}	$=$		$\lambda_{113} \xi_3$	$+$	δ_{12}
X_{13}	$=$		$\lambda_{123} \xi_3$	$+$	δ_{13}

Figura 5: Equações do modelo de medição



Correlações entre as variáveis latentes exógenas			Correlações entre as variáveis latentes	
	ξ_1	ξ_2	η_1	η_2
ξ_1	1		η_1	1
ξ_2	ϕ_{21}	1	η_2	ϕ_{21}
ξ_3	ϕ_{31}	ϕ_{32}		1

Representação Matricial:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & 1 & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & 1 \end{bmatrix} \quad \Psi = \begin{bmatrix} 1 & \phi_{12} \\ \phi_{21} & 1 \end{bmatrix}$$

(p x p) (m x m)

Figura 10: Correlações entre variáveis latentes exógenas e endógenas e representação

Nas Figuras de 4 a 10 está mostrado a representação matricial do diagrama de caminho apresentado na Figura 3.

Os zeros acima e abaixo da diagonal principal (Figuras 8 e 9) representam o pressuposto de que os erros de medição para diferentes variáveis não são correlacionados. As células acima da diagonal principal são equivalentes às da parte inferior da diagonal principal, por serem matrizes simétricas.

2.2.4. Passo 4 - Seleção do Tipo de Matriz de Entrada e Estimação do Modelo Proposto

A modelagem de equações estruturais difere de outras técnicas porque utiliza apenas matrizes de correlação ou de variância/covariância como dados de entrada, para análise no programa de computador, permitindo o uso de observações individuais de uma amostra, para que sejam incluídas como dados de entrada no programa de computador, e, a partir deles, convertê-los em um dos dois tipos de matrizes de correlação ou covariância.

Entretanto, o foco da estimação na MEE não são as observações individuais, mas o comportamento dos relacionamentos entre os constructos identificados na análise e as variáveis coletadas dos respondentes. Hair [7] afirma que matriz de correlação tem sido muito utilizada por ser apropriada quando o objetivo da pesquisa é entender e interpretar o padrão dos relacionamentos entre constructos e não o de explicar o total de variâncias em um constructo.

Segundo Hair [7], existem duas abordagens comuns para a aplicação deste procedimento. A primeira consiste em colocar uma das cargas em cada constructo com um valor fixo de 1,0 para obter soluções padronizadas. Na segunda, estimam-se diretamente as variâncias do constructo. Ambas as abordagens resultam exatamente nas mesmas estimativas.

Além disso, para possibilitar uma boa estimativa e interpretação dos resultados na MEE, o tamanho da amostra é muito importante, e deve estar dentro de limites aceitáveis. Amostras em torno de 50 não são recomendáveis, por serem muito pequenas, mas sim amostras com tamanhos mínimos de 100.

É recomendado [7] utilizar amostras com tamanho máximo de 200, independente do tamanho da amostra original. Porque valores acima de 200 tornam os testes demasiadamente sensíveis para a detecção de diferenças entre os dados. Portanto, a faixa recomendável do tamanho da amostra situa-se entre 100 e 200.

2.2.5. Passo 5 - Avaliação da Identificação do Modelo de Equações Estruturais

Para que haja a avaliação da identificação do modelo, o problema principal a ser verificado e corrigido é o da existência de tantas equações quantas forem as variáveis existentes no modelo, para que o modelo gere estimativas únicas.

Após resolvido o principal problema de identificação, os seguintes pontos abaixo devem ser verificados para corrigir outros problemas de identificação no modelo.

- 1) quantidade de dados relacionados diferente do tamanho da amostra
- 2) variáveis relacionadas diferentes do número de colunas de dados
- 3) dados de entrada incorretos (ex: não numéricos)

- 4) dados insuficientes
- 5) formato dos dados incorretos

Se ainda assim existirem problemas de identificação, o modelo deve ser revisto.

2.2.6. Passo 6 - Avaliação dos Critérios de Ajuste

Neste passo, os resultados são avaliados, por meio da verificação dos coeficientes estimados obtidos, verificando se eles estão dentro de faixas aceitáveis. Esta avaliação é realizada separadamente para os modelos estrutural e de medição.

Para o modelo de medição, a verificação é realizada observando se os coeficientes estimados não violam limites. As verificações iniciais a serem observadas são: (1) coeficientes padronizados excedendo 1; (2) variâncias de erro negativo para qualquer variável e ; (3) valores de erros padrão associados muito grandes para qualquer coeficiente estimado.

Além disso, é verificado o grau de consistência interna das variáveis, por meio de sua confiabilidade. Em seguida, é verificada a validade dos constructos, por meio da análise de fator. Uma outra verificação é a do coeficiente total de determinação (R^2), que examina o grau de representação das variáveis observadas no modelo.

Para o modelo estrutural são verificadas se as observações foram obtidas de forma independente, se as amostras obtidas dos respondentes foram aleatórias e se não existe recursividade no modelo, para que as hipóteses apresentadas possam ser respeitadas.

Ainda neste passo, devem ser verificados os valores dos coeficientes estimados para as relações no modelo, considerando-se que o modelo deve possuir um número significativo de relações acima de 0,30. Relações com valores muito acima de 0,90 devem sempre ser examinadas, porque podem indicar conceitos idênticos. Isso pode ser corrigido com a inclusão ou a remoção de variáveis no modelo, ou ainda com a reformulação dos relacionamentos causais.

2.2.7. Passo 7 - Interpretação do Modelo de Equações Estruturais

Após o modelo ser considerado aceitável, podem ser realizadas possíveis modificações no modelo, a fim de melhorar as especificações teóricas, e tentar se obter melhores resultados. Entretanto, isto deve ser realizado tomando-se o cuidado em se obedecer às justificativas teóricas já descritas anteriormente. Uma solução pode ser conseguida pela adição, remoção ou modificação dos relacionamentos causais no modelo.

Devem ser observados, na modificação do modelo, os baixos valores encontrados na estimação dos coeficientes nas relações entre as variáveis latentes em cada relacionamento causal porque esses valores podem ser úteis na avaliação de modificações no modelo. Contudo, após as modificações, o modelo deve ser reavaliado para que seja verificado se o novo modelo obteve melhores resultados em relação ao anterior.

Para Hair [7], enquanto um modelo estimado não obtiver melhores níveis de resultados, este modelo representa o melhor modelo disponível, até que uma pesquisa futura identifique melhorias em relacionamentos teóricos ou medições de constructos.

3. Conclusões

MEE por ser uma técnica que combina elementos de regressão múltipla e análise de fator permite não apenas que possam ser avaliados os relacionamentos de dependência inter-relacionados, como também incorporar os efeitos de erro de medição nos coeficientes estruturais. Mesmo com os benefícios conseguidos pela modelagem de equação estrutural, ela é melhor empregada na forma confirmatória, devendo a análise exploratória ser utilizada por outras técnicas multivariadas.

Cabe mencionar que, primeiramente, é necessário estabelecer indicadores válidos e confiáveis de variáveis latentes em um modelo de medição, e então especificar relacionamentos entre variáveis latentes em um modelo estrutural.

Conseqüentemente o foco deste artigo foi fornecer um auxílio para um melhor entendimento de como desenvolver modelos de equação estrutural. Uma tentativa deliberada foi feita para minimizar os termos simples de notação matricial de forma que fosse possível um entendimento simples da abordagem de modelagem de equação estrutural.

Uma organização que utilize, por exemplo, os critérios de excelência preconizados pelo Prêmio Qualidade do Governo Federal (PQGF), para avaliar a sua gestão, pode fazer uso dessa metodologia a fim de ajudar a auto-avaliação do seu modelo de gestão.

Glossário

Análise de fator (*factor analysis*) No nome de um método estatístico multivariado, que permite conhecer o tipo de estrutura de um relacionamento entre as variáveis envolvidas no modelo, a fim de identificar quais variáveis são representativas em um constructo.

Confiabilidade (*Reliability*) A confiabilidade indica o grau de consistência interna das variáveis observadas, que representam o conceito de cada variável latente associada, sendo determinada pelo valor do “alfa de Cronbach” [4]. Uma confiabilidade alta significa dizer que é mais fácil fazer uma distinção entre os diversos estágios ou níveis de implementação de determinado item do que se houvesse uma baixa confiabilidade. Para Hayes [8], a confiabilidade alta “*torna mais provável a descoberta de relacionamentos entre variáveis realmente relacionadas*”.

Constructo (*Construção*) É um conjunto teórico que age como um bloco construtor podendo representar conceitos simples e conceitos complexos.

Diagrama de Caminho (*path diagram*) É a representação gráfica dos relacionamentos entre as variáveis de um modelo de equações estruturais. Nele, as *variáveis observadas* são representadas por retângulos, as *variáveis latentes*, por círculos, e seus *relacionamentos*, por setas.

Estratégia (*strategy*) O caminho escolhido para posicionar a organização de forma competitiva e garantir sua sobrevivência no longo prazo, com a subseqüente definição de atividades e competências inter-relacionadas para entregar valor de maneira diferenciada às partes interessadas. É um conjunto de decisões que orientam a definição das ações a serem tomadas pela organização. As estratégias podem ser construídas ou conduzir a novos produtos, novos mercados, crescimento das receitas, redução de custos, aquisições, fusões e novas alianças ou parcerias. As estratégias podem ser dirigidas a tornar a organização um fornecedor preferencial, um produtor de baixo custo, um inovador no mercado e/ou um provedor de serviços exclusivos e individualizados. As estratégias podem depender ou exigir que a organização desenvolva diferentes tipos de capacidades, tais como; agilidade de resposta, individualização, compreensão do mercado, manufatura enxuta ou virtual, rede de relacionamentos, inovação rápida, gestão tecnológica, alavancagem de ativos e gestão da informação.

Modelo (*model*) Especifica um conjunto de relacionamentos dependentes que podem ser testados empiricamente (demonstração de uma teoria). O propósito de um modelo é fornecer uma representação compreensiva dos relacionamentos examinados. O modelo pode ser representado por um diagrama de caminho ou por um conjunto de equações estruturais.

Organização (*organization*) Companhia, corporação, firma, órgão, instituição ou empresa, ou uma unidade destas, pública ou privada, sociedade anônima, limitada ou com

outra forma estatutária, que tem funções e estrutura administrativa próprias e autônomas.

Processo (<i>process</i>)	Conjunto de recursos e atividades inter-relacionadas que transformam insumos (entradas) em produtos (saídas). Essa transformação deve agregar valor na percepção dos clientes do processo e exige um certo conjunto de recursos. Os recursos podem incluir pessoal, finanças, instalações, equipamentos, métodos e técnicas, numa seqüência de etapas ou ações sistemáticas. O processo poderá exigir que a seqüência de etapas seja documentada por meio de especificações, de procedimentos e de instruções de trabalho, bem como que as etapas de medição e controle sejam adequadamente definidas.
Qualidade (<i>quality</i>)	Totalidade de características de uma entidade (atividade ou um processo, um produto, uma organização ou uma combinação destes), que lhe confere a capacidade de satisfazer as necessidades explícitas e implícitas dos clientes.
Recursividade (<i>recursivity</i>)	É a retroalimentação em alguma parte do modelo, por ela própria.
Teoria (<i>theory</i>)	Pode ser definida como um conjunto sistemático de relacionamentos que fornecem uma explicação consistente e compreensível de um fenômeno, a partir de experiências e práticas obtidas em observações comportamentais do mundo real, o que faz da MEE um método confirmatório [7].
Variável Observada (<i>Observed variable</i>)	É uma variável cujos dados podem ser coletados por meio de questionário
Variável Latente (<i>Latent variable</i>)	É uma variável não observada que não pode ser mensurada diretamente e são representados pelas variáveis observadas. Um conjunto de variáveis observadas com a respectiva variável latente forma um constructo.

Bibliografia

- [1] BYRNE, Barbara M.: ***Structural Equations Modelling with AMOS, Basic Concepts, Applications, and Programing***. First Edition, Ed. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Mahwah, New Jersey, 2001.
- [2] BOLLEN, Kenneth A.: ***Structural Equations with Latent Variables***, Department of Sociology, the University of North Caroline at Chapel Hill, Chapel Hill, North Caroline. A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, New York, 1989.
- [3] COLEMAN, Garry D.: ***Estimating the Consistency of Third-Party Evaluator Scoring of Organizational Self-assessments***, University of Tennessee Space Institute; Koelling, C. Patrick, Oklahoma State University, 1998, ASQ. Quality Management Journal, p.31-53.
- [4] CRONBACH, Lee J.: ***Coeficiente Alpha and the Internal Structure of tests***, Univesity of Illinois, Psychometria-Vol., 16, No3 September, 1951. Essentials of Psychological Testing. 4th ed. New York: Harper & Row, 1984.
- [5] DEMING, W. Edwards: ***Out of Crises***, Massachusetts Institute of Tecnology Center for Advanced Engineering Study, Cambridge, 1991.
- [6] GIL, Antônio Carlos: ***Métodos e Técnicas de Pesquisa Social***. São Paulo: Editora Atlas, 1994.
- [7] HAIR Jr, Joseph F.; ANDERSON, Ralph E.; TATHAM, Ronald L.; Black, Willian C: ***Multivariate Data Analysis***. Fourth Edition, Ed. Prentice Hall, New Jersey, 1995.
- [8] HAYES, Bob E.: ***Measuring Customer Satisfaction: Development and Use of Questionnaires***. Milwaukee, Wisconsin: ASQC Quality Press, 1992.
- [9] PASQUALI, Luiz: ***Psicometria: Teoria e aplicações***. Ed. Universidade de Brasília, 1977.

- [10] PEARL, Judea: ***Graphs, Causality, and Structural Equation Models, Cognitive Systems***. Laboratory, Computer Science Department, University of California, Los Angeles, CA 90024, 1999.
- [11] SCHUMACKER, Randall E.; LOMAX, Richard G: ***A Beginner's Guide to Structural Equation Modeling***. First Edition, Ed. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Mahwah, New Jersey, 1996.