APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR PARA OTIMIZAÇÃO DE PROCESSOS EM UMA FÁBRICA DO SETOR ALIMENTÍCIO DE PERNAMBUCO

Maria Luiza Araújo de Farias
mallufarias@hotmail.com
Maria Luísa Bezerra Silva
luisabezerra.15@gmail.com
Gustavo Lira Rotta
gustavo.rotta@hotmail.com
Victoria Fernanda Alves Milanez
victoriafamilanez@gmail.com
Maisa Mendonça Silva
maisa.ufpe@yahoo.com.br

Este trabalho tem por objetivo aplicar a programação linear em uma fábrica de bolachas do interior de Pernambuco buscando solucionar aspectos ligados à determinação do mix-ótimo de produtos, melhor gerenciamento dos recursos existentes na produção e a busca de um roteiro ótimo para distribuição das mercadorias em diferentes municípios. Os resultados obtidos foram bastante satisfatórios em relação à solução inicial possibilitando a análise e estruturação de discussões, já que foi possível (i) determinar a melhor quantidade de bolachas a serem produzidas maximizando o lucro da empresa; (ii) determinar o melhor caminho a ser feito de entrega; e (iii) recomendações embasadas para possíveis mudanças dentro do processo produtivo a partir de análise de sensibilidade.

Palavras-chave: Programação Linear, Setor Alimentício, Otimização de processos produtivos, Mix ótimo de produção, Roteirização

1 Introdução

A Pesquisa Operacional consiste no uso de técnicas analíticas avançadas para auxiliar o processo de decisão. Pessoas com o conhecimento na área possuem a capacidade de trabalhar com melhor planejamento, principalmente ao se utilizar os recursos de melhor forma possível. Vários são os exemplos e as técnicas que podem ser utilizadas na Pesquisa Operacional, o que é salientado por Taha (2006): "Em PO, não temos uma técnica para resolver todos os problemas, o tipo e a complexidade do modelo é que determinam a natureza do método de solução". Para a formulação de tais problemas é necessário seguir alguns passos, sendo o ponto inicial a modelagem, que consiste em organizar as informações contidas no problema e partir para uma formulação algébrica do problema.

Os cálculos para resolução desses problemas seguem algoritmos definidos implementados em vários softwares. Dentre estes softwares, destacam-se o Solver, que faz parte de um pacote de ferramentas disponíveis em Editores de Planilhas Eletrônicas, como o Microsoft Excel, e o OpenOffice Calc., ambos permitindo a realização de vários tipos de simulações. Ressaltando que o software não é capaz de modelar o problema, nem o interpretar, sendo de responsabilidade do pesquisador fazer essas atividades e compreender os resultados fornecidos pelo programa auxiliar.

Neste trabalho tem-se como objetivo analisar dados fornecidos por uma empresa de bolachas, sobre a sua produção e a partir disso modelar o problema, para assim determinar o mix-ótimo de produtos, a melhor rota para entrega dos produtos em outras cidades e, além disso, desenvolver uma análise de sensibilidade para obter informações adicionais que possam subsidiar recomendações para melhoria no futuro.

2 Referencial teórico

Esta seção tem por objetivo apresentar o referencial teórico que embasa o desenvolvimento deste trabalho. Assim, o item 2.1 trata da programação linear e o item 2.2 trata da programação linear inteira.

2.1 Programação linear

Para Shamblin e Stevens Jr (1979), a programação linear é um meio matemático que auxilia a designar um montante fixo de recursos que satisfaça certa demanda de tal modo que alguma função-objetivo seja otimizada e ainda satisfaça outras condições definidas. É uma técnica ou modelo matemático de otimização que busca identificar o lucro máximo ou o custo mínimo em situações nas quais se tem diversas opções de decisão (as variáveis de decisão) que estão sujeitas a alguma restrição (Oliveira, 2017). O uso da programação linear (PL) requer que todas as equações presentes no problema sejam funções lineares das variáveis de decisão. A PL é amplamente utilizada nas indústrias, nos transportes, na saúde, na educação, na agricultura, nas finanças, na economia e muitos outros setores com o objetivo de determinar as quantidades corretas para misturas e refinação, encontrar o mix-ótimo de produtos para venda, gerenciamento de estoques, encontrar os melhores trajetos para locomover produtos, investimentos, alocação de funcionários, dentre várias outras.

Dentro da programação linear, há o algoritmo de solução Simplex, onde encontram-se valores ideais de situações em que diversos aspectos precisam ser considerados. Segundo Longaray (2013) o método Simplex é um algoritmo aplicado na programação linear que foca na resolução de problemas, e que foi desenvolvido e aprimorado pelo matemático George Dantzig (1914 - 2005). O método Simplex determina a decisão ótima de um problema podendo ainda concluir que o problema tem várias soluções, é inviável ou ilimitado. Basicamente, o algoritmo testa as alternativas de maneira a otimizar o resultado da forma mais rápida possível.

Uma vez que já se tenha resolvido um problema de PL, existem técnicas, conhecidas como análise de sensibilidade, para avaliar como "pequenas alterações" nesse problema podem alterar a solução ótima, sem precisar resolvê-lo novamente. Portanto, a análise de sensibilidade refere-se ao estudo de certas questões de pós-otimização, como por exemplo, alterações no lado direito das restrições (ou seja, alterações nos recursos disponíveis), alterações nos custos das variáveis, adição de novas variáveis. De Acordo com Yotsumoto (2009), frequentemente, o agente econômico tem interesse em saber até que ponto a solução encontrada para o seu problema de programação linear seria alterada se um ou mais parâmetros do problema original fossem modificados. Dessa forma, deve-se examinar o efeito de mudanças paramétricas nos coeficientes da função objetiva e nos coeficientes do lado direito das restrições.

2.2 Programação linear inteira

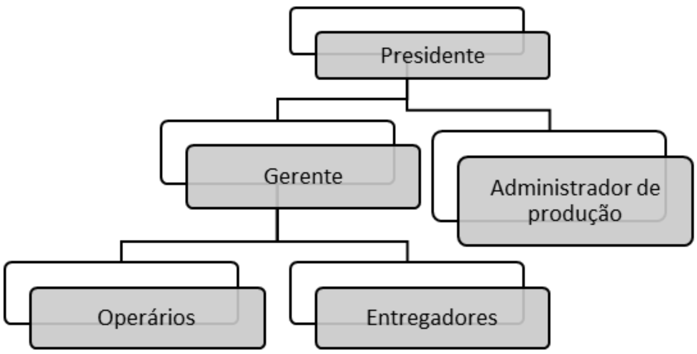
A programação inteira é uma variação da programação linear adequada para solução de problemas que envolvam escolhas que possam ser representadas por variáveis do tipo binário, bem como para problemas de estrutura linear com características inteira e não inteira (Caixeta-Filho, 2004). No âmbito do segmento logístico empresarial, um dos objetos de estudo desta pesquisa, os modelos de programação linear inteira têm sido utilizados para a resolução de um número considerável de problemas do setor, a exemplo do problema do caixeiro viajante.

O caixeiro viajante é um problema muito famoso e muito estudado. Segundo Pacheco (1997), um caixeiro viajante, partindo de sua cidade, deve visitar exatamente uma única vez cada cidade de uma dada lista e retornar para a cidade de origem tal que a distância total percorrida seja a menor possível. Este problema tem inúmeras aplicações práticas, como minimização de rotas de veículos, confecção de sistemas digitais, sequenciamento de atividades e outros. Esse modelo foi utilizado para determinação de um roteiro ótimo de entregas dos produtos.

3 Caracterização da empresa

A fábrica de bolachas, foco deste estudo, é uma empresa de pequeno porte, atuando somente no setor alimentício, com administração familiar, localizada no agreste de Pernambuco. Atualmente a empresa conta com 6 tipos de produtos: Bolacha A, Bolacha B, Bolacha C, Bolacha D, Bolacha E e Bolacha F.

Figura 2 – Organograma da empresa



Fonte: Os autores

Em relação à empresa é importante destacar que a mesma produz bolachas para o público geral e realiza entregas em supermercados de cidades da região; as matérias primas (farinha de trigo, margarina, açúcar e amido de milho) são compradas diretamente pelos fornecedores e entregues na fábrica.

4 Metodologia

Uma vez que este trabalho analisa uma empresa e dados reais, trata-se de um estudo de caso. Estudos de caso permitem a análise através da observação de determinado assunto, e tenta esclarecer decisões a serem tomadas. Para Godoy (1995), esse tipo de pesquisa oferece muitas vantagens, por se tratar de uma "investigação empírica", pois é necessária a observação para identificar o fenômeno ou problema no contexto da atualidade dentro do ambiente de pesquisa, tendo-se então, a oportunidade de análise e descrição detalhada da real situação dentro de uma empresa ou grupo social.

Para determinar um método onde os problemas da empresa, por ora analisada, fossem resolvidos, este trabalho utilizou-se de seis etapas: (i) visita in loco para uma melhor visualização do processo produtivo dos produtos; (ii) entrevista com os proprietários da empresa buscando conhecer seus principais interesses de mercado; (iii) coleta de dados e elaboração de um modelo proposto que visa através do melhor mix de produtos, maximizar o lucro da empresa, empregando os conceitos da PL; (iv) determinação da melhor rota de entrega de bolacha em três cidades vizinhas; (v) utilização da ferramenta Solver, encontrada no Microsoft Office Excel, para solução dos problemas; (vi) realização de análise de sensibilidade

5 Resultados e discussões

Nesta seção, os resultados são apresentados e a partir destes, discussões são levantadas. Inicialmente, o estudo objetiva determinar o mix-ótimo de produção da empresa analisada. Em um segundo momento, uma análise de sensibilidade é empregada para permitir recomendações para cenários futuros, principalmente com respeito à análise de preços-sombra. Por fim, o trabalho determina a rota ótima de entrega dos produtos em três cidades vizinhas à localidade da empresa.

5.1 Determinação do mix-ótimo de produtos

Para encontrar o mix ótimo de produtos, foram coletados dados sobre os produtos que a empresa oferece, descritos na tabela 1. Com esses dados foi montado um problema na estrutura da PL, sendo solucionado pelo método primal simplex, utilizando o Solver. Quanto à produção, dados informados pela empresa pontuam que 35% deve ser das bolachas C e D, outros 35% das bolachas A e B e 30% das bolachas E e F. Ainda, toda semana devem ser produzidos no mínimo 12.500 e no máximo 17.000 pacotes, ou seja, por dia não podem ser produzidos menos de 2.500 pacotes. O problema foi formulado da seguinte maneira:

- **Variáveis de decisão:**

X_1: Quantidade de pacotes da bolacha A produzidas;

X_2: Quantidade de pacotes da bolacha B produzidas;

X_3: Quantidade de pacotes da bolacha C produzidas;

X_4: Quantidade de pacotes da bolacha D produzidas;

X_5: Quantidade de pacotes da bolacha E produzidas;

X_6: Quantidade de pacotes da bolacha F produzidas.

- **Função objetivo:**

O objetivo da empresa é maximizar o lucro por cada pacote, sendo assim:

$\text{Max } L= 0{,}525X_1 + 0{,}525X_2 + 0{,}76X_3 + 0{,}76X_4 + 0{,}525X_5 + 0{,}495X_6$

- **Restrições:**

Para este problema tem-se restrições de produção e demanda

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 \leq 17.000$ (1)

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 \geq 12.500$ (2)

Quantidade máximas e mínimas a serem produzidas

$X_1 + X_4 \leq 0{,}35(\sum Xi)$, onde "i" vai de 1 até 6. (3)

$X_1 + X_2 \leq 0{,}35(\sum Xi)$, onde "i" vai de 1 até 6. (4)

$X_5 + X_6 \leq 0{,}30(\sum Xi)$, onde "i" vai de 1 até 6. (5)

Porcentagem sobre a produção total que deve ser atendida. (3 à 5)

$X_1 \geq 3500$ (6)

$X_2 \geq 1500$ (7)

$X_3 \geq 4000$ (8)

$X_4 \geq 2000$ (9)

$X_5 \geq 1500$ (10)

$X_6 \geq 1500$ (11)

Quantidade mínima que deve ser produzida (de 6 à 11) para atender a demanda

Tabela 1 – Informações sobre preço, custo unitário e lucro unitário

Tipo da bolacha	Preço do pacote no mercado	Custo unitário (R$)	Lucro unitário (R$)
Bolacha A	2,10	75% = 1,575	25% = 0,525
Bolacha B	2,10	75%= 1,575	25% = 0,525
Bolacha C	1,90	60% = 1,14	40% = 0,76
Bolacha D	1,90	60% = 1,14	40% = 0,76
Bolacha E	1,65	70% = 1,155	30% = 0,495
Bolacha F	1,75	70% = 1,225	30% = 0,525

Fonte: Os autores

A partir da utilização do Solver, foram encontrados os seguintes valores ótimos para o problema (Quadro 1).

Quadro 1 – Solução ótima para o problema de mix ótimo

Produtos	Quantidade a ser produzida
Bolacha A	3500
Bolacha B	1500
Bolacha C	6550
Bolacha D	2450
Bolacha E	1500
Bolacha F	1500
Lucro máximo obtido	R$ 10.995

Fonte: Os autores

Os resultados acima mostram que o mix de produção encontrado indica que a capacidade máxima deverá ser usada, e que os produtos bolacha A, bolacha B, bolacha F e bolacha E devem ser produzidos em suas quantidades mínimas. O produto que mais deve ser produzido são as bolachas C e D, pois são as que geram maior lucro para empresa.

5.2 Análise de sensibilidade

A análise de sensibilidade permite compreender como a solução ótima encontrada mudará mediante a entrada dos novos coeficientes. Para fazer essa análise é necessário encontrar o dual do problema.

1º passo: encontrar a forma aumentada do problema

Max L = $0,525X_1 + 0,525X_2 + 0,76X_3 + 0,76X_4 + 0,525X_5 + 0,495X_6$

$0,65 X_1 + 0,65X_2 – 0,35X_3 + 0,65X_4 - 0,35X_5 – 0,35X_6 + F_1 = 0$ => Y_1

$0,65X_1 + 0,65X_2 – 0,35X_3 – 0,35X_4 – 0,35X_5 – 0,35X_6 + F_2 = 0$ => Y_2

$-0,30X_1 – 0,30X_2 – 0,30X_3 – 0,30X_4 + 0,70X_5 +0,70X_6 + F_3 = 0$ => Y_3

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + F_4 = 17000$ => Y_4

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + F_5 = 12500$ => Y_5

$X_1 – F_6 = 3500$ => Y_6

$X_2 – F_7 = 1500$ => Y_7

$X_3 – F_8 = 4000$ => Y_8

$X_4 – F_9 = 2000$ => Y_9

$X_5 – F_{10} = 1500$ => Y_{10}

$X_6 – F_{11} = 1500$ => Y_{11}

2º passo: a partir da forma aumentada é encontrado o dual do problema

Min w = $0Y_1 + 0Y_2 + 0Y_3 + 17000Y_4 + 12500Y_5 + 3500Y_6 + 1500Y_7 + 4000Y_8 + 2000Y_9 + 1500Y_{10} + 1500Y_{11}$

(1) $0,65Y_1 + 0,65Y_2 – 0,3Y_3 + Y_4 +Y_5 + Y_6 >= 0,525$

(2) $-0,35Y_1 + 0,65Y_2 – 0,3Y_3 +Y_4 +Y_5 + Y_7 >= 0,525$

(3) $-0,35Y_1 – 0,35Y_2 – 0,3Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_8 >= 0,76$

(4) $0,65Y_1 – 0,35Y_2 – 0,3Y_3 + Y_4 +Y_5 + Y_9 >= 0,76$

(5) $-0,35Y_1 – 0,35Y_2 + 0,7Y_3 + Y_4 +Y_5 + Y_{10} >= 0,525$

(6) $-0{,}35Y_1 - 0{,}35Y_2 + 0{,}7Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_{11} >= 0{,}495$

(7) $Y_1 >= 0$ (8) $Y_2 >= 0$ (9) $Y_3 >= 0$ (10) $Y_4 >= 0$ (11) $Y_5 <= 0$

(12) $Y_6 <= 0$ (13) $Y_7 <= 0$ (14) $Y_8 <= 0$ (15) $Y_9 <= 0$ (16) $Y_{10} <= 0$

(13) $Y_{11} <= 0$

Foi utilizado o conceito de preço sombra para avaliar qual coeficiente das restrições deveria ser aumentado ou diminuído, visando proporcionar um lucro maior. A partir do mesmo software foi gerada uma análise de sensibilidade de acordo com as equações encontradas. Segundo os resultados obtidos, percebeu-se que:

- Ao aumentar uma unidade da equação que relaciona Y_4 [capacidade máxima por semana] o lucro seria de 0,76 centavos;
- Ao diminuir uma unidade das equações que relacionam Y_6 [quantidade produzida da bolacha A], Y_7 [quantidade produzida de bolacha B] ou Y_{10} [quantidade produzida de bolacha F] o lucro aumenta 24 centavos;
- Diminuindo uma unidade da equação que relaciona Y_{11} [quantidade produzida de bolacha E] o lucro terá aumento de 0,27 centavos.

A função objetivo aumentou como previsto pela resolução do Dual. Percebeu-se que diminuir uma quantidade produzida de pacotes das bolachas B, E e F para produzir a bolacha C aumentaria o lucro da empresa; o resultado é similar com a substituição de produção da bolacha A pela D. No entanto, esta ação pode não ser uma boa estratégia para a empresa devido a demanda que ela atende e poderia resultar em uma perda de mercado. Seria interessante aumentar a capacidade total, que como foi demonstrado, aumentaria o lucro. Simulando o aumento da capacidade de 17000 para 20000 pacotes percebe-se que todos os valores retornados foram inteiros, o que dispensa o uso da Programação Inteira (Figura 2).

Figura 2 – Resultado obtido do aumento da capacidade de 17000 para 20000 pacotes por semana

Função objetivo	Variáveis					
Var. Decisão.	x1: A	x2: B	x3: C	x4: D	x5: E	x6: F
Lucros por un.	0,525	0,525	0,76	0,76	0,525	0,495
Variavel ideal	3500	1500	8500	3500	1500	1500
Z	13275					

Fonte: Os autores

É observado que para este cenário de análise, o resultado apresentado pelo solver aumentou somente bolachas C e bolachas D, pois elas retornam maior lucro. No entanto, se for desejado aumentar toda produção, podem ser adicionadas restrições ao problema para delimitar o crescimento de X_3 ou X_4. A título de ilustração, foi feita uma simulação mantendo a capacidade para 20000 e tornando X3 <= 7500 (Figura 3). Como pode ser observado, delimitando o crescimento da bolacha C (em 1000 unidades) sua produção passou para a bolacha B, no entanto, o lucro foi diminuído significativamente em R$ 235.

Figura 3 – Resultado obtido do aumento da capacidade de 17000 para 20000 pacotes por semana e restrição de produção para bolacha tipo C em 7500 unidades

Função objetivo	Variáveis					
Var. Decisão.	x1: A	x2: B	x3: C	x4: D	x5: E	x6: F
Lucros por un.	0,525	0,525	0,76	0,76	0,525	0,495
Variavel ideal	3500	2500	7500	3500	1500	1500
Z	13040					

Fonte: Os autores

Finalmente, delimitando o crescimento da bolacha C (para 5000 unidades), sua produção passou para a bolacha B e E. No entanto, o lucro foi diminuído significativamente em R$ 587,5. Os lucros foram diminuídos com as delimitações, porém elas são importantes para não criar uma dependência da empresa em um único produto. Os resultados obtidos se mantem inteiros e a quantidade de bolachas B aumenta também (Figura 4).

Figura 4 – Resultado obtido do aumento da capacidade de 17000 para 20000 pacotes por semana e restrição de produção para bolacha tipo C em 5000 unidades

Função objetivo	Variáveis					
Var. Decisão.	x1: A	x2: B	x3: C	x4: D	x5: E	x6: F
Lucros por un.	0,525	0,525	0,76	0,76	0,525	0,495
Variavel ideal	3500	3500	5000	3500	3000	1500
Z	12452,5					

Fonte: Os autores

5.3 Determinação do roteiro ótimo

Outro problema considerado na empresa foi encontrar a melhor rota para a distribuição dos seus produtos. A empresa tem demanda dos tipos de bolachas em três cidades vizinhas mas não sabia como fazer a entrega de forma que a distância total percorrida fosse a mínima possível. Considerando que um roteiro ótimo corresponde ao caminho de menor distância entre as cidades a serem visitadas pela empresa para fazer suas entregas, de forma que o caminhão responsável pelo transporte dos produtos sairia de uma cidade, cidade onde a empresa possui sua sede, percorrendo todas as demais localidades a fim de realizar a entrega dos materiais, sem passar mais de uma vez na mesma cidade. Por fim, retornaria à cidade de onde partiu.

Tendo conhecimento sobre as demandas de cada cidade e montando uma tabela com suas respectivas distâncias entre si, ilustrada na tabela 3, é possível determinar qual a melhor rota, minimizando a distância total percorrida através da técnica do “caixeiro viajante”.

Formulação do problema:

- **Váriaveis de decisão:**

  Xij , para i,j = 1, 2, 3 e 4;

  $$Xij \begin{cases} 1, \text{ se a sequência for seguida de uma cidade origem para um destino;} \\ 0, \text{ se a sequência não for seguida.} \end{cases}$$

  Para determinar as variáveis cada cidade deve ter um número:

Cidade Sede – 1;

Cidade I – 2;

Cidade II – 3;

Cidade III – 4;

- **Função Objetivo: Minimizar a distância total percorrida para entrega de bolachas.**

  Min D = ∑∑Dij*Xij , onde i,j=1,2,3,4.

- **Restrições:**

$\sum_{(i,i \neq j)} X_{i,j} = 1$, $\forall\, i$

$\sum(i,j \neq i) X_{ij} = 1$, $\forall\, j$

As restrições acima garantem que cada nó ou vértice tenha uma entrada e uma saída para a sequência otimizada. Porém estas restrições geram soluções onde existem sub-rotas, o que não é interessante para o problema, por isso foi adicionada mais uma restrição:

$\sum(i \in s)\sum(j \in s) X_{ij} \leq |S| - 1$, $\forall\, S \subset N$

A restrição acima garante que não existam sub-circuitos durante o trajeto.

$X_{ij} \in \{0,1\}$, $\forall ij \in E$

Quadro 2 - Distâncias entre as cidades (km)

	Cidade Sede	Cidade I	Cidade II	Cidade III
Cidade Sede	∞	55,6	118	77,2
Cidade I	55,6	∞	135	101
Cidade II	118	135	∞	35,6
Cidade III	77,2	101	35,6	∞

Fonte: Os autores

Dado que o número de cidades é pequeno, a solução através do Solver é viável. Sendo esta:

Sede – I – II – III – Sede

ou

Sede – III – II – I – Sede

As duas soluções retornam a distância final de 303,4km.

A limitação desse modelo utilizando o solver ocorre quando o número de cidades aumenta resultando em mais restrições para evitar subcircuitos, além do elevado número de possibilidades que o software é incapaz de calcular.

6 Conclusão

A PL permite criar várias situações buscando encontrar a melhor solução a ser aplicada a diversas problemáticas encontradas no dia a dia. Pelo estudo de caso elaborado, percebeu-se que a empresa não está operando da forma que lhe gere mais lucro, sendo necessários estudos mais aprofundados além das análises feitas neste artigo.

Primeiramente, foi sugerido, pela análise de mix ótimo que para que a empresa obtenha mais lucro no cenário atual, esta deveria aumentar a produção da bolacha tipo C e as demais deveriam permanecer em suas quantidades mínimas. Fez-se também um estudo de análise de sensibilidade e identificou-se que havia duas possibilidades de aumento de lucro. A primeira solução é inviável do ponto de vista estratégico pois consiste na diminuição da produção de certos tipos de bolachas. A segunda solução é aumentar a capacidade da indústria, sendo necessários, através de outros métodos, análises de custos iniciais (que normalmente são os mais impactantes) e a longo prazo, Payback (tempo que a empresa pagaria todos os custos, começando a ter lucro na data seguinte), VPL ou TIR.

Utilizando a modelagem do caixeiro viajante, considerando as rotas realizadas para entrega dos produtos, foram encontradas duas soluções possíveis que são as melhores em relação a percorrer a menor distância diminuindo a rota em 7 quilômetros, ao se comparar com a rota utilizada pela organização, que se baseava na heurística do vizinho mais próximo.

REFERÊNCIAS

CAIXETA-FILHO, J. V**.** Pesquisa operacional: **técnicas de otimização aplicadas a sistemas agroindustriais**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2004.

GODOY, Arilda Shimidt. **Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais**. Revista de Administração de Empresas.São Paulo, vol. 35, n.3, p.20-29. Mai./jun. 1995.

LONGARAY, A. A. **Introdução à pesquisa operacional.** 1 Ed. São Paulo. Saraiva, 2013.

OLIVEIRA, J. R. S. & SILVA, A. L. G. Análise sobre planejamento de compras por meio do uso de análise de programação linear, para desenvolvimento de modelo otimizado de mix de produtos de ressuprimento dos estoques. In: XXXVII ENEGEP. **A Engenharia de Produção e as novas tecnologias produtivas: indústria 4.0, manufatura aditiva e outras abordagens avançadas de produção.** Joinville, SC, Brasil, 2017.

PACHECO, Marco Aurélio. **Resolução do problema do entregador viajante** MARCO AURÉLIO PACHECO, RICARDO FUKASAWA.PUC-Rio 1997

SHAMBLIN, J. E. & STEVENS JR, G.T. Pesquisa Operacional **– Uma Abordagem Básica**; editora Atlas, São Paulo/SP;1979.

TAHA, Hamdy**, Pesquisa Operacional**, 8° Edição TIWARI, Nirmal Kumar; SANDILYA, Shishir Kumar. Operations Research. New Delhi: Pretice-Hall, 2006.

YOTSUMOTO, M. A. S. & MEDRI, W. **Pesquisa operacional na tomada de decisão**. Universidade Estadual de Londrina, 2009.