APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS EM UMA REDE DE CINEMAS

Kaue Juca Jardim de Oliveira (UEPA)
kauejuca18@gmail.com
Bernardo Moreira Vergara (UEPA)
bervergara2006@hotmail.com
Yvelyne Bianca Iunes Santos (UEPA)
yvelynesantos@gmail.com
Gabriel da Silva Andrade (UEPA)
gabrielandradesilva@hotmail.com
Rodrigo da Silva Santos (UEPA)
rssantos2009@gmail.com

As filas estão presentes em toda e qualquer empresa do ramo dos serviços, porém o grande desafio é buscar o mínimo em capacidade de atendimento do sistema de forma a não prejudicar a qualidade do atendimento e a satisfação do cliente. Essa preocupação se torna bastante clara em bilheterias de cinema, as quais a desistência constante de clientes pode acarretar em altos prejuízos. O objetivo do presente trabalho é definir e dimensionar um modelo adequado para o processo de atendimento da fila de bilheteria de um cinema localizado em Belém-PA, utilizando a Teoria das Filas. Para o estudo do comportamento do sistema, foi contabilizado, no período de 1 (uma) hora, as taxas de chegada de cliente por minuto e os tempos de atendimento por cliente. Em seguida foram feitos testes estatísticos e definido um modelo de fila que representasse de forma satisfatória o sistema real. Os resultados mostram que o sistema em estudo está bem dimensionado por atender a demanda de forma satisfatória em dias considerados normais e se apresentar economicamente viável para a empresa.

Palavras-chave: Teoria das Filas; Modelo de fila; Bilheteria de Cinema.

1. Introdução

As filas são sistemas de organização bem comuns em nossa rotina, encontradas em bancos, supermercados, padarias, farmácia, entre outros estabelecimentos. Devido a fila estar tão presente no dia a dia, o seu tratamento é de grande importância para qualquer empreendimento, visando uma melhor organização da prestação dos serviços para suprir as demandas.

As filas costumam se mostrar de maneira desagradável ao cliente, por isso elas precisam ser bem planejadas de forma que não venham a causar transtornos. A teoria de filas é uma ferramenta de Pesquisa Operacional que trata as informações de todo sistema de atendimento com esse fim, de uma forma sistematizada.

Neste trabalho se utilizou os conceitos de Teoria das Filas através de uma pesquisa exploratória em uma rede de cinemas que atua na cidade de Belém, com o objetivo de analisar o comportamento das filas, verificando se o cenário atual de dimensionamento de instalações, equipamentos e infraestrutura utilizado pela empresa condiz com os propostos após os resultados do trabalho.

2 Referencial Teórico

2.1 Teoria das filas

Segundo Hillier e Lieberman (2013) a teoria das filas estuda a espera em todas as suas formas, usando modelos de filas para representar diversos sistemas de filas que surgem no dia a dia. As fórmulas para cada modelo demonstram como cada sistema deverá funcionar. Isso justifica a importância dos modelos de filas no que diz respeito a operar um sistema de filas de forma eficiente. Por sua vez, Taha (2010) afirma que, o estudo das filas mede performances em um sistema de filas, incluindo o tempo de espera médio, o tempo de atendimento médio, entre outros.

Para Krajewski (2012), a fila ocorre devido a um desequilíbrio temporário entre o nível de demanda de um determinado sistema e a capacidade do sistema em atender essa demanda.

Pode ser tratada ainda, como um ramo da probabilidade que estuda a entropia expressa em termos probabilísticos (ANDRADE, 2000). Para complementar Fogliatti & Mattos (2007) afirmam que o estudo das filas é uma previsão do comportamento das mesmas com o propósito de regular a infraestrutura e o número de equipamentos, insumos e recursos tecnológicos necessários para evitar problemas por falta de recursos nesta fila de forma a manter os clientes satisfeitos.

2.2 Caracterização de um sistema de filas

Os elementos principais em um sistema de filas são os clientes e os atendentes. Chegando ao estabelecimento, o cliente pode ser atendido imediatamente ou esperar em filas, se todos os atendentes estiverem ocupados. Quando um serviço é completado, automaticamente o próximo cliente que estava na fila é atendido (TAHA, 2010).

O sistema de filas é caracterizado por três componentes: processo de chegada, processo de atendimento e disciplina da fila (WINSTON, 2004).

São elementos das filas, segundo Prado (2014):

a) Processo de chegada dos clientes: pode-se quantificar o processo de chegada dizendo que a taxa média é um número de entidades por unidade de tempo. É comum trabalhar-se com o tempo médio entre chegadas. Assim, o ritmo de chegada (λ) de 20 clientes por minuto, representam o intervalo médio entre chegadas (IC) de 3 segundos;
b) Processo de atendimento: também pode ser quantificado, à semelhança do processo de chegada. Assim, resultando no ritmo de atendimento (μ) e tempo de atendimento (TA);
c) Disciplina das filas: refere-se à regra que os servidores escolhem o próximo cliente a ser atendido. Na prática adota-se: *First in First Out* (primeiro a chegar primeiro a ser atendido – FIFO), *Last in First Out* (último a chegar primeiro a ser atendido – LIFO) e Prioridade;
d) Capacidade de um sistema: Representa o número máximo de clientes que o sistema suporta, podendo ser finita ou infinita;

3. Descrição do sistema

A bilheteria da rede de cinema analisada possui 3 postos de atendimento, a qual está localizada dentro de um shopping Center no centro comercial da cidade.

Cada posto de atendimento tem a função de vender bilhetes para sessões de cinema, aceitando pagamentos em dinheiro e cartão.

O período analisado foi de 60 minutos em um dia considerado de fluxo normal.

4. Modelagem do sistema

Segundo Prado (2014), a disciplina das filas refere-se à regra que os servidores escolhem o próximo cliente a ser atendido. No sistema observado, a disciplina presente é da forma FIFO. Como o presente artigo objetiva apenas a demonstração da técnica da Teoria das Filas, foi coletada somente uma amostra entre os horários 16h20 e 17h20.

4.1 Chegada dos clientes

A frequência de chegada dos clientes foi cronometrada a cada minuto durante o período de 1 hora. Com isso, foram coletados 60 dados, contando a quantidade de clientes que chegavam a cada minuto.

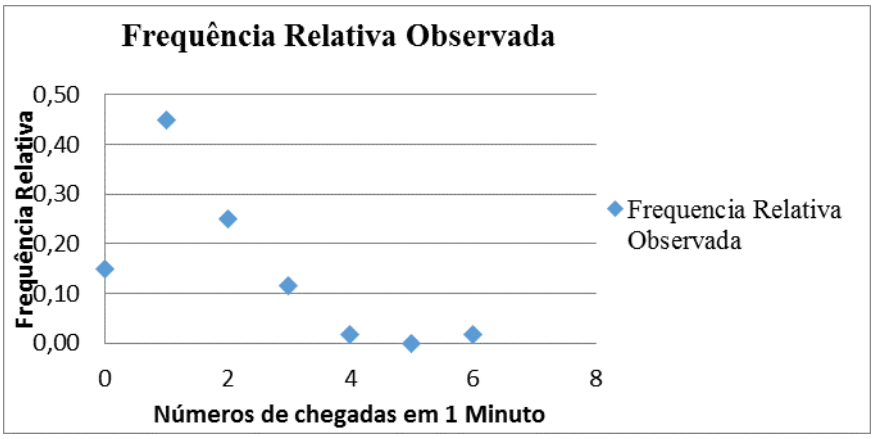
Tabela 1 – Frequência observada, relativa observada e observada acumulada

Nº de chegadas em 1 minuto	Freq. Observada (Oi)	Freq. Rel. Observada	Freq. Observ. Ac.
0	9	0,15	0,15
1	27	0,45	0,60
2	15	0,25	0,85
3	7	0,12	0,97
4	1	0,02	0,98
5	0	0,00	0,98
6	1	0,02	1,00
Total	60	1	

Fonte: Autores (2016)

Analisando a curva da frequência relativa observada (Gráfico 1), podemos perceber que os dados se comportando como uma distribuição de Poisson, com taxa média de chegada (λ) de 1,46 clientes por minuto.

Gráfico 1 – Frequência Relativa Observada



Fonte: Autores (2016)

A partir dos dados da tabela 1, foram feitos os cálculos de frequência calculada para a realização dos testes de Aderência Gráfica e Chi – Quadrado, com o objetivo de testar se a distribuição gráfica do número de chegadas por unidade de tempo segue uma distribuição de Poisson com taxa de chegada de 1,46 clientes por minuto, ao 5% de significância.

Tabela 2- Frequências calculadas e Chi-quadrado

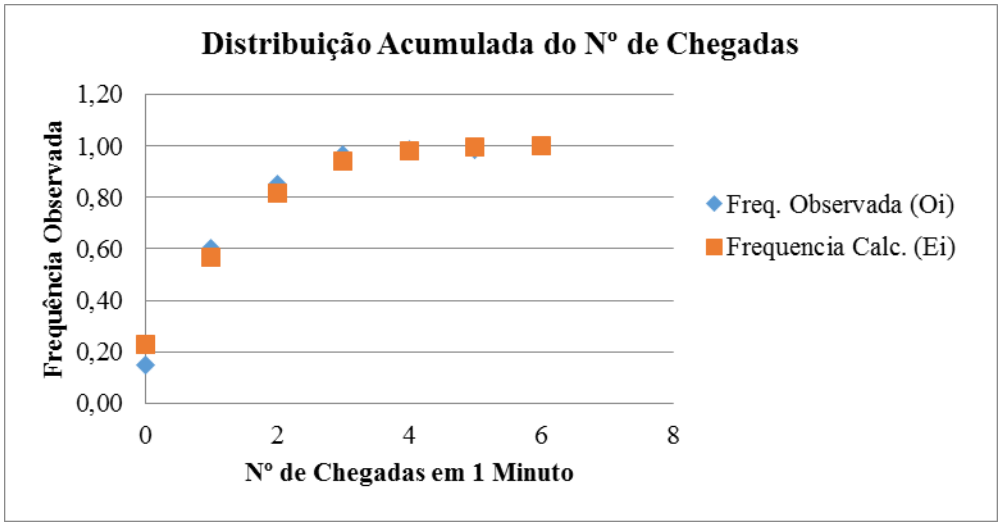
Nº de chegadas em 1 minuto	Freq Rel. Calc	FreqCalc. Ac	FreqCalc. (Ei)	$(Oi-Ei)^2/Ei$
0	0,23	0,23	13,84	1,69
1	0,34	0,57	20,30	2,21
2	0,25	0,82	14,89	0,00
3	0,12	0,94	7,28	0,01
4	0,04	0,98	2,67	1,04
5	0,01	1,00	0,78	0,78
6	0,00	1,00	0,19	3,42
Total	1,00		59,95	9,16

Fonte: Autores (2016)

4.2 Teste de aderência gráfica

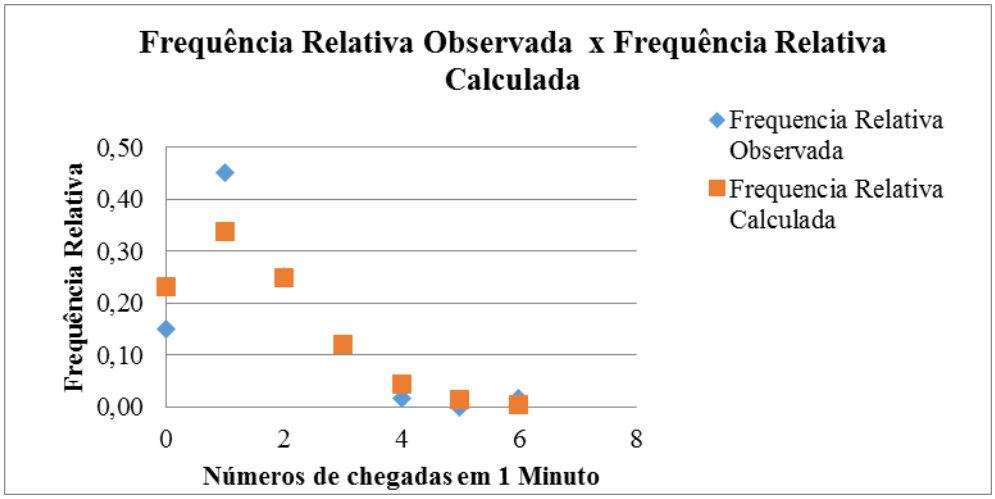
Os dados da tabela anterior foram plotados com o objetivo de realizar o teste de aderência gráfica para uma distribuição de Poisson com parâmetro $\lambda = 1{,}46$ clientes por minuto.

Gráfico 2 – Distribuição do número de chegadas



Fonte: Autores (2016)

Gráfico 3 – Comparação entre frequências relativa observada e calculada



Fonte: Autores (2016)

4.3. Teste não paramétrico para Distribuição de Poisson

Analisando os dados do Gráfico 3, testam-se as seguintes hipóteses para a média de 1,46 clientes por minuto.

H_o= a variável que representa o número de chegadas por unidade de tempo, segue uma distribuição de Poisson com λ=1,46, ao 5% de significância.

H_1= a variável que representa o número de chegadas por unidade de tempo, não segue uma distribuição de Poisson com λ=1,46, ao 5% de significância.

Graus de liberdade: v=k-m-1=7-1-1=5, onde k é o número de intervalos e m é o número de variáveis analisadas.

Se $X^2v = \sum_{i=0}^{N} \frac{(Oi-Ei)^2}{Ei} > X^2v, \alpha,$ então rejeita Ho ao α % de significância, onde X^2v, α é um valor tabelado e X^2v foi obtido da tabela X. Porém, como o valor calculado $X^2v = 9{,}16 < X^2v, \alpha$ =11,071, então a Ho é aceita a 5% de significância.

4.4. Atendimento dos Clientes.

Na coleta de dados dos postos de atendimento, foram cronometrados, durante o período de tempo estudado, os tempos gastos pelos funcionários, com cada cliente, para realizar a venda dos bilhetes. Com isso, foram utilizados todos os dados coletados, que se apresentaram dentro do intervalo entre 0 – 8 minutos. Como os tempos de atendimento tiveram alta variabilidade, os mesmos foram distribuídos em intervalos de tempo igualmente espaçados.

Para o teste da distribuição, os tempos foram divididos em 10 classes, onde foram obtidas frequências para todos os intervalos, conforme apresentam-se nas tabelas 3 e 4.

Tabela 3 – Frequência observada para atendimento

	Freq.Observada (Oi)			Freq. Relativa Observada		
Tempo (minutos)	G1	G2	G3	G1	G2	G3
[0 - 0,8]	9	9	8	0,300	0,333	0,267
]0,8 - 1,6]	12	10	15	0,400	0,370	0,500
]1,6 - 2,4]	4	4	2	0,133	0,148	0,067
]2,4 - 3,2]	2	3	4	0,067	0,111	0,133
]3,2 - 4]	1	0	1	0,033	0,000	0,033

]4 - 4,8]	0	0	0	0,000	0,000	0,000
]4,8 - 5,6]	1	1	0	0,033	0,037	0,000
]5,6 - 6,4]	0	0	0	0,000	0,000	0,000
]6,4 - 7,2]	0	0	0	0,000	0,000	0,000
]7,2 - 8]	1	0	0	0,033	0,000	0,000
Total	30	27	30	1,000	1,000	1,000
µméd	0,70					
µT	2,1					

Fonte: Autores (2016)

Com os dados da tabela anterior, partiu-se para o cálculo da frequência calculada, análise gráfica e realização do teste Chi-quadrado para uma distribuição exponencial com taxa média de 0,7 clientes por minuto, aos 5% de significância.

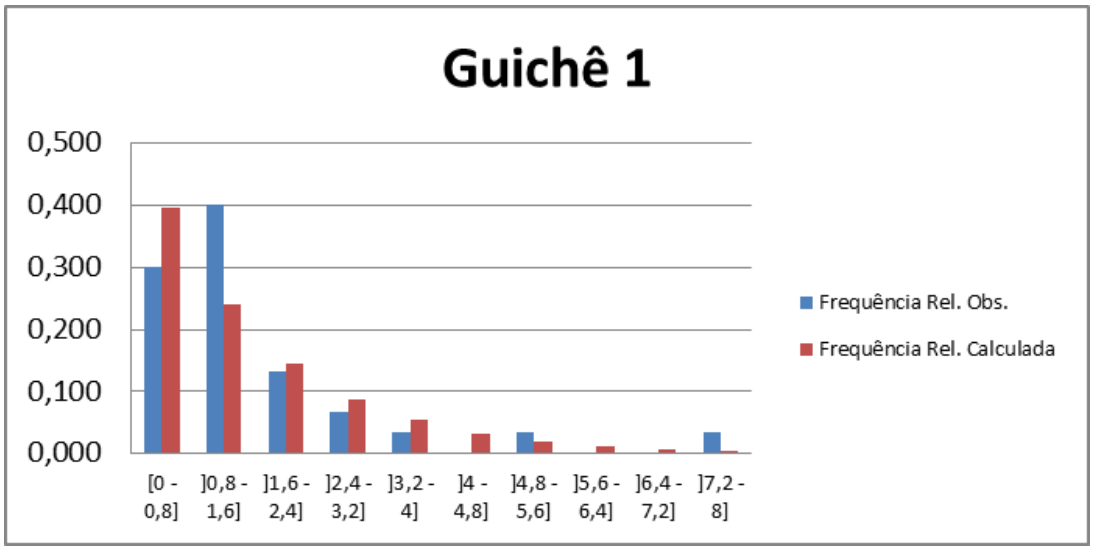
Tabela 4 – Frequências calculada, relativa calculada e chi-quadrado

	Freq.Calc.(Ei)			**Freq. Relativa Calc.**			**(Oi-Ei)²/Ei**		
Tempo (min)	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3
[0 - 0,8]	11,804	13,214	13,536	0,396	0,442	0,452	0,666	1,344	2,264
]0,8 - 1,6]	7,160	7,394	7,429	0,240	0,247	0,248	3,273	0,919	7,717
]1,6 - 2,4]	4,342	4,137	4,077	0,146	0,138	0,136	0,027	0,005	1,058
]2,4 - 3,2]	2,634	2,315	2,237	0,088	0,077	0,075	0,153	0,203	1,388
]3,2 - 4]	1,598	1,295	1,228	0,054	0,043	0,041	0,223	1,295	0,042
]4 - 4,8]	0,969	0,725	0,674	0,033	0,024	0,023	0,969	0,725	0,674
]4,8 - 5,6]	0,588	0,406	0,370	0,020	0,014	0,012	0,289	0,872	0,370
]5,6 - 6,4]	0,356	0,227	0,203	0,012	0,008	0,007	0,356	0,227	0,203
]6,4 - 7,2]	0,216	0,127	0,111	0,007	0,004	0,004	0,216	0,127	0,111
]7,2 - 8]	0,131	0,071	0,061	0,004	0,002	0,002	5,757	0,071	0,061
Total	29,79786	29,90976	29,92564	1	1	1	11,930	5,786	13,889

Fonte: Autores (2016)

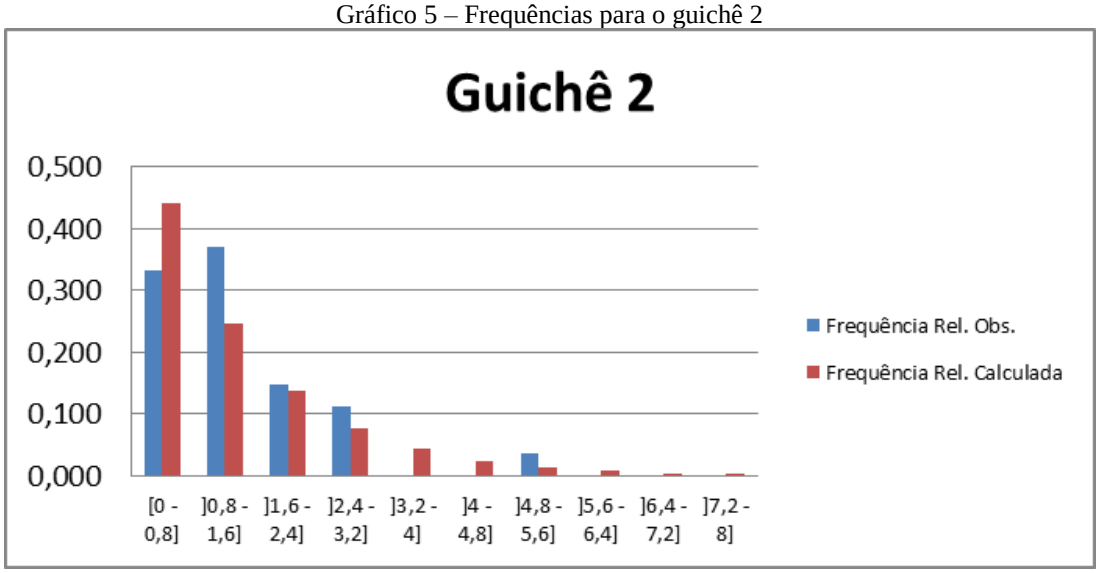
Utilizando os dados da tabela 3, foram elaborados os Gráficos 4, 5 e 6 das frequências relativas, para que possamos obter uma melhor compreensão da relação entre a frequência relativa observada e a frequência relativa calculada.

Gráfico 4 – Frequências para o guichê 1



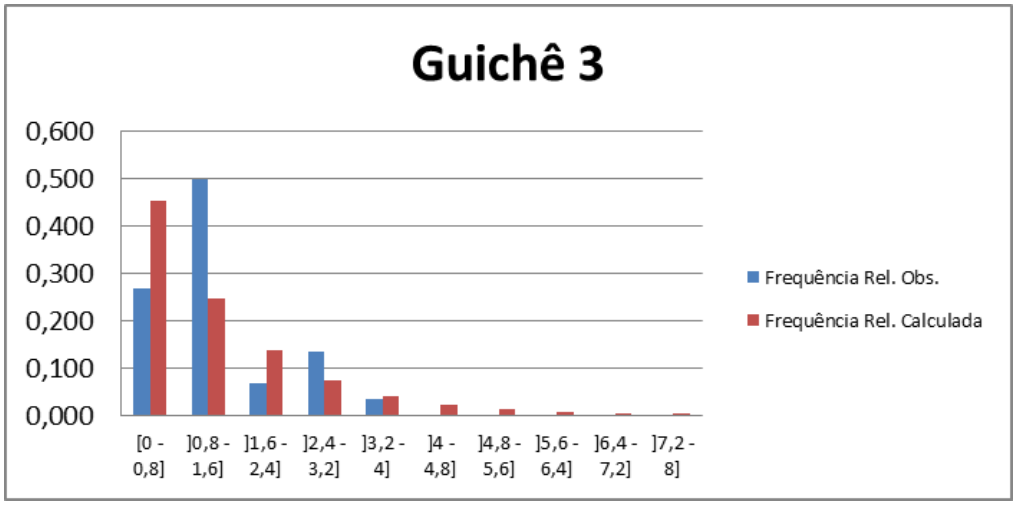
Fonte: Autores (2016)

Gráfico 5 – Frequências para o guichê 2



Fonte: Autores (2016)

Gráfico 6 – Frequências para o guichê 3



Fonte: Autores (2016)

4.5. Teste não-paramétrico para Distribuição Exponencial

As hipóteses testadas serão, as de que a distribuição dos tempos de atendimentos de cada guichê estão distribuídos exponencialmente em torno de uma média de 1,44 minuto, onde $\mu = \frac{1}{3} * \sum_{i=1}^{3} (\mu G, i)$.

H_o= a variável que representa o tempo de atendimento segue uma distribuição Exponencial com média igual a 1,44, ao 5% de significância.

H_1= a variável que representa o tempo de atendimento não segue uma distribuição Exponencial com média igual a 1,44, ao 5% de significância.

Se $X^2v = \sum_{i=0}^{N} \frac{(Oi-Ei)^2}{Ei} > X^2v, \alpha,$ então rejeita Ho ao α % de significância.

Tabela 5 – Teste para validação dos dados

G	1	2	3
X^2v	11,92963671	5,786290307	13,88914811
X^2v,α	15,507	15,507	15,507

Fonte: Autores (2016)

Como $X^2_v < X^2_{v,\alpha}$para todos os guichês, então não há indícios para se rejeitar H_o ao 5% de significância.

5. Modelo de Filas

De acordo com a notação de Kendall, onde é levada em consideração a caracterização de chegadas, do atendimento e do número de atendentes, os dados se encaixam no modelo M / M / 3 / ∞/ FIFO com λ = 1,46 clientes por minutos e μ = 0,7 clientes por minuto.

5.1 Parâmetros Calculados

Com os resultados de μT e λm, foi realizado o cálculo para a descoberta da taxa de ocupação do sistema, através da equação:

$$\rho = \frac{\lambda m}{\mu T} \rightarrow \frac{1{,}4667}{2{,}1} = 0{,}6981$$

Observando que a taxa de ocupação é de 69,81%, demonstrando que o sistema se encontra estável, ou seja, é permitido utilizar as fórmulas da teoria das filas para o cálculo dos parâmetros apresentados na tabela a seguir:

Tabela 6 – Equações utilizadas

Parâmetro	Fórmula
ρ	$\rho = \frac{\lambda}{c * \mu}$
r	$r = \frac{\lambda}{\mu}$
Probabilidade de Ociosidade do sistema (Po)	Po= $\left[\left(\sum_{n=0}^{c-1} \frac{r^n}{n!}\right) + \frac{r^c}{c! * 1-\rho}\right]$
Número médio de clientes no Sistema (NS)	$NS = r + \frac{Po(c)\rho * r^c}{c! * (1-\rho)^2}$
Número médio de clientes na fila aguardando atendimento (NF)	$NF = \frac{Po(c) r^{c+1}}{(c-1)!(c-r)^2}$
Tempo médio de permanência do cliente na fila em minutos (TF)	$TF = \frac{NF}{\lambda}$

Tempo médio de permanência do cliente no sistema em minutos (TS)	$TS = TF + \frac{1}{\mu}$

Fonte: Autores (2016)

5.2 Análises da situação usual do sistema.

Utilizando as formulas da tabela 6, foram calculados os parâmetros para a situação atual da empresa, onde λ=1,4667; μ=0,7 e C=3.

Foram obtidos os seguintes resultados:

Tabela 7 – Resultados encontrados

Parâmetros	Resultados
Probabilidade de Ociosidade do sistema (Po)	10%
Número médio de clientes no Sistema (NS)	3,226
Número médio de clientes na fila aguardando atendimento (NF)	1,13
Tempo médio de permanência do cliente na fila em minutos (TF)	0,77
Tempo médio de permanência do cliente no sistema em minutos (TS)	2,2

Fonte: Autores (2016)

A partir desses dados, percebe-se que o tempo de espera na fila está satisfatório, permitindo com que os clientes gastem menos de 3 minutos tanto na espera quanto na compra dos bilhetes, demonstrando que o sistema também é capaz de atender em dias de alta demanda.

5.3. Variando postos de atendimento de 1 a 5

Para melhor análise dos resultados, simulou-se um modelo utilizando de 1 a 5 postos de atendimento, que estão presentes na tabela a seguir:

Tabela 8 – Ocupação dos postos de atendimento

C	%ocupação
1	209,44%
2	104,72%
3	69,81%
4	52,36%
5	41,89%

Fonte: Autores (2016)

Observa-se que com a utilização de menos de 3 atendentes, o sistema se torna instável. Contudo, a partir de 3 postos o sistema é viável, dos quais serão realizados os cálculos da Teoria das Filas.

Dado isso, foram simulados os parâmetros utilizando de 3 a 5 atendentes, apresentados na tabela 9.

Tabela 9 – Resultados com a variação dos postos de atendimento

Atendentes	Prob. De ociosidade (Po)	NS	TF	TS	NF
3	10%	3,22686522	0,772112	2,200135	1,132431
4	13%	2,86776791	0,158769	1,586792	0,232862
5	16%	2,49649534	0,04438	1,472403	0,065091

Fonte: Autores (2016)

Analisando os resultados obtidos, percebe-se que, ao aumentar o número de atendentes, os parâmetros diminuem consideravelmente, demonstrando que o sistema fica superdimensionado.

Como a demanda varia de uma forma relevante, é imprescindível uma previsão de quantos atendentes são necessários para suprir um possível aumento. Para isso, utilizou-se a taxa de ocupação em um valor maior do que o sistema apresentou, fixando-o em 90%. Com esse valor, calcularam-se intervalos de λ para os postos de atendimento.

Tabela 10 – Postos de atendimento em função do λ

λ(taxa de ingresso)	C(postos de atendimento)
$1,26 < \lambda < 1,89$	3
$1,89 < \lambda < 2,52$	4
$2,52 < \lambda < 3,15$	5

Fonte: Autores (2016)

Com os resultados apresentados na tabela, pode-se decidir quantos atendentes são necessários para dias de alta demanda, permitindo à gerência um melhor controle sobre o número de funcionários exigidos.

6. Conclusão

Os resultados alcançados demonstraram que o sistema em estudo está bem dimensionado por atender a demanda de forma satisfatória em dias considerados normais e se apresentar economicamente viável para a empresa. Já as situações simuladas são consideradas desvantajosas por trazerem prejuízos operacionais e econômicos. As situações com menos de 3 atendentes se tornam instáveis, no entanto quando há mais atendentes, o sistema torna-se superdimensionado.

Apesar dos resultados demonstrarem a viabilidade do sistema atual, é imprescindível o permanente estudo de Teoria das Filas na empresa, com a finalidade de verificar o crescimento ou redução da demanda, alterações de layout, eficiência de atendimento, entre outros.

Esse estudo deve ser aprofundado, pois ele abrangeu um pequeno período de tempo do funcionamento da bilheteria, havendo possibilidade de resultados diferentes se fosse realizado em um horário diferente.

7. Referências

ANDRADE, Eduardo Leopoldino de. Introdução à Pesquisa Operacional: métodos e modelos para análise de decisão. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

FOGLIATTI, M. & MATTOS, N. *Teoria de filas.* Ed. Interciência, 2007.

HILLIER, F. S. & LIEBERMAN, G. J. Introdução à Pesquisa Operacional, 9a. ed.AMGH, 2013.

PRADO, D. Teoria das Filas e da Simulação. 5ª ed. Falconi, 2014

RITZMAN, L. P. & KRAJEWSKI, L. J. Administração da produção e operações, 8ª. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2012.

TAHA, H. A. Operations Research: An Introduction, 9a ed. Pearson Prentice Hall, 2010.

WINSTON, W. L. Operations research, 4a ed., Duxbury Press, 2004.