

# **PESQUISA OPERACIONAL: APLICAÇÃO DE TEORIA DE FILAS NO SISTEMA DE UMA PANIFICADORA**

**Felipe Sousa Cardoso (UNAMA)**

felipescardoso@hotmail.com

**Ronaldo Figueiredo Fernandes junior (UNAMA)**

ronaldoffjunior@hotmail.com

**Yvelyne Bianca Iunes Santos (UNAMA)**

yvelyne@superig.com.br



*Apresenta-se neste trabalho uma aplicação do estudo de teoria das filas no ambiente físico de uma panificadora. A metodologia utilizada envolveu coleta de dados de chegada e atendimento, bem como observações do funcionamento e características do sistema estudado. O resultado do tratamento dos dados permitiu concluir que o sistema está bem dimensionado, apesar do grande fluxo diário de clientes e melhorias implantadas no ambiente para maior conforto dos usuários. No entanto, as observações mostraram que o layout atual não está adequado contribuindo para insatisfações de clientes e dificultando o trabalho dos atendentes. Para tornar o funcionamento do sistema adequado foi sugerido novo layout. O estudo desenvolvido mostra que é possível aplicar de forma simples a metodologia da teoria das filas em sistemas do cotidiano a fim de torná-los bem dimensionados.*

*Palavras-chaves: teoria de filas, pesquisa operacional, layout*

## 1. Introdução

As filas são sistemas que estão diretamente interligados ao cotidiano das pessoas, sendo vistas de forma bastante desagradável pelas mesmas. Atualmente com as implicações da globalização onde se observa consumidores cada vez mais exigentes, os gerentes vêem a formação de filas extensas como uma desvantagem competitiva, passando assim a enfrentar racionalmente este acontecimento.

Fogliatti, Bruns e Soncim (2001), citam que a teoria das filas é um setor específico da pesquisa operacional que utiliza processos estocásticos e matemática aplicada para observar e analisar o comportamento das filas, para assim poder prever possíveis acontecimentos da mesma. No estudo do comportamento das filas é feita uma previsão de como será o dimensionamento, a infra-estrutura e o número de equipamentos necessários para suprir esta fila de forma a manter os clientes satisfeitos.

A fila é caracterizada por um processo variável de chegadas de pessoas a uma unidade de serviço formada por uma ou mais unidades de atendimento. Segundo Fogliatti e Mattos (2007), um sistema com fila é qualquer processo onde usuários oriundos de uma determinada população chegam para receber um serviço pelo qual esperam, se for necessário, saindo do sistema assim que o serviço é completado.

A partir deste contexto, o presente trabalho tem como objetivo fazer um minucioso estudo sobre o sistema de atendimento aos clientes de uma panificadora, para que através da teoria das filas, avalie se as unidades de serviços da empresa são ou não capazes de suprir as necessidades dos clientes, dimensionando a partir disto o número de instalações e de postos de atendimento necessários para o sistema.

## 2. Descrição do sistema

O estudo a seguir foi realizado no sistema de filas de uma panificadora, a qual disponibiliza aos seus clientes diversos produtos como pães, salgados, refrigerantes, entre outros. O sistema estudado é composto por um único posto de atendimento, que tem a finalidade de receber o pagamento pelo produto comprado. Este posto de atendimento é operado por dois atendentes, sendo que se alternam em dois turnos de 8 horas cada.

O sistema de atendimento da referida panificadora foi interesse de estudo porque apesar de ser uma empresa de pequeno porte e de ter um sistema relativamente simples, possui uma considerável e constante demanda. Além do fato de ser um sistema do cotidiano que permite aplicar de forma simples pesquisa operacional no setor de serviços, possibilitando apresentar a metodologia básica de um estudo de teoria das filas.

## 3. Modelagem do sistema

Segundo Hillier e Lieberman (1988), a disciplina da fila se refere à ordem em que os membros da fila são selecionados para serem servidos. Este processo é completamente manual e segue a disciplina PEPS (Primeiro que Entra – Primeiro que Sai). Para um melhor aproveitamento do estudo, os dados a seguir foram coletados das 17:10h as 18:10h por ser o horário de maior movimento.

### 3.1. Chegada dos clientes

A coleta dos dados de chegada dos clientes foi realizada através do registro do número de clientes que chegaram a cada minuto por um período de uma hora (frequência observada),

tendo assim um montante de 60 dados conforme apresentado na Tabela 1, que mostram o comportamento dos clientes dentro dos intervalos de chegada e consiste na base de dados para o estudo do caso.

Minuto	Frequência observada	Minuto	Frequência observada	Minuto	Frequência observada	Minuto	Frequência observada	Minuto	Frequência observada
1º	1	13º	1	25º	0	37º	2	49º	0
2º	1	14º	0	26º	1	38º	1	50º	0
3º	3	15º	1	27º	1	39º	1	51º	2
4º	1	16º	3	28º	0	40º	0	52º	0
5º	0	17º	1	29º	1	41º	1	53º	1
6º	2	18º	1	30º	0	42º	1	54º	1
7º	1	19º	2	31º	2	43º	0	55º	1
8º	1	20º	2	32º	0	44º	1	56º	0
9º	1	21º	0	33º	3	45º	1	57º	1
10º	1	22º	2	34º	1	46º	0	58º	1
11º	2	23º	0	35º	3	47º	1	59º	0
12º	1	24º	2	36º	2	48º	2	60º	3

Tabela 1- Ritmo de chegada de clientes no sistema por minuto

Para tratamento dos dados do ritmo de chegada dos clientes foi feito um estudo sobre a frequência de chegada dos clientes a cada minuto, levando em conta o número absoluto de clientes que chegaram a cada minuto e a repetição desse número de clientes.

Ritmo	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
0	16	0,27
1	28	0,47
2	11	0,18
3	5	0,08
4	0	0
	60	1

Tabela 2 – Frequência absoluta e relativa em cada minuto

Com o tratamento e análise adequada dos dados é possível perceber que não há existência de sazonalidade, com os dados se comportando como distribuição de Poisson. Segundo Hill, Griffiths e Judge (2003), os dados de contagem podem ser encarados como observações sobre uma variável aleatória discreta.

Neste caso há uma taxa média ( $\lambda$ ) de 0,018055 clientes/segundo como pode se perceber no gráfico de dispersão das frequências relativas plotado na Figura 1.

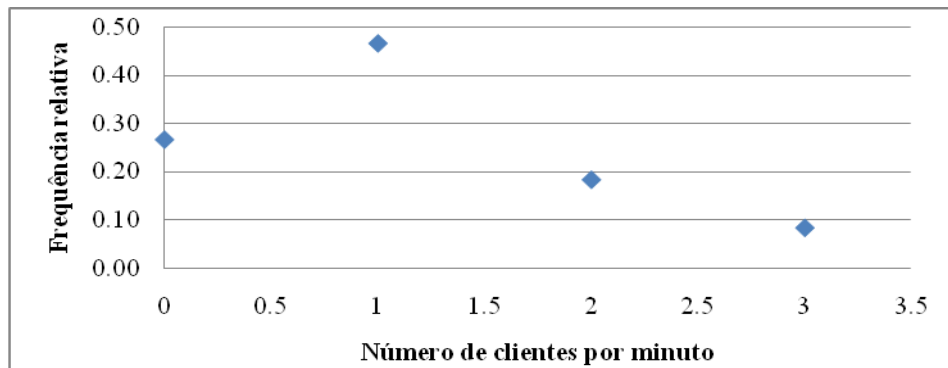


Figura 1 - Gráfico das frequências relativas do processo de chegada

A partir dos dados da tabela 2 e da figura 1 pôde-se calcular a frequência de Poisson, para analisar se o comportamento da fila estudada segue a distribuição.

Ritmo	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Frequência de Poisson $f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$
0	16	0,27	0,34
1	28	0,47	0,37
2	11	0,18	0,20
3	5	0,08	0,07
4	0	0	0
	60	1	0,98

Tabela 3 - Frequência de Poisson x Frequência Relativa

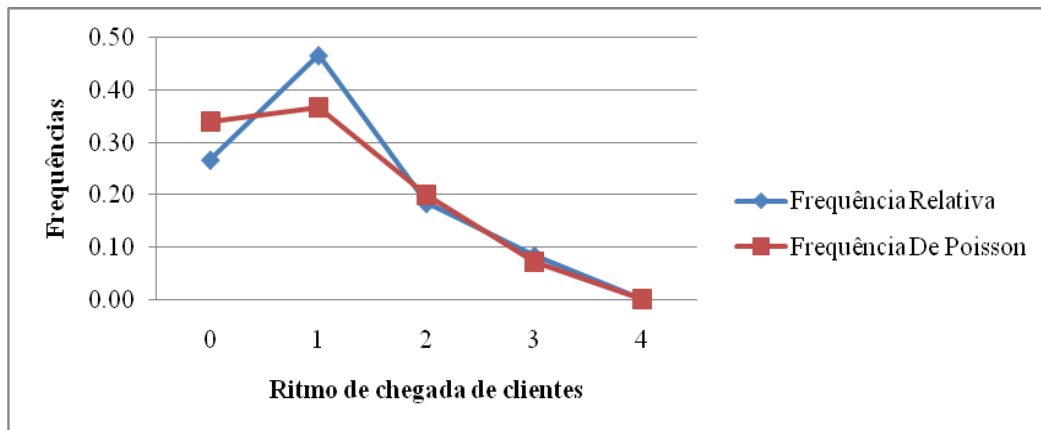


Figura 2 - Gráfico da Frequência de Poisson x Frequência relativa

### 3.2. Atendimento dos clientes

As cronometragens dos tempos de atendimento dos clientes, processo onde é levado em conta o tempo gasto pelos clientes no posto de atendimento de uma fila são bases de dados fundamentais para um estudo de casos de teoria das filas. Tais dados seguem na tabela 4 disposta abaixo.

Cliente	Tempo de Operação	Cliente	Tempo de Operação do caixa	Cliente	Tempo de Operação do caixa	Cliente	Tempo de Operação do caixa	Cliente	Tempo de Operação do caixa
---------	-------------------	---------	----------------------------	---------	----------------------------	---------	----------------------------	---------	----------------------------

do caixa

1°	12	14°	13	27°	18	40°	14	53°	10
2°	22	15°	23	28°	24	41°	7	54°	24
3°	18	16°	18	29°	11	42°	14	55°	11
4°	13	17°	12	30°	18	43°	33	56°	9
5°	9	18°	28	31°	7	44°	16	57°	20
6°	14	19°	11	32°	8	45°	7	58°	16
7°	14	20°	24	33°	19	46°	18	59°	19
8°	10	21°	30	34°	14	47°	25	60°	16
9°	23	22°	15	35°	19	48°	14	61°	13
10°	8	23°	21	36°	18	49°	13	62°	11
11°	7	24°	11	37°	19	50°	7	63°	8
12°	13	25°	7	38°	13	51°	12	64°	21
13°	18	26°	11	39°	11	52°	11	65°	11

Tabela 4 - Cronometragens do atendimento dos clientes em segundo

Intervalo de tempo (segundos)	Média do intervalo de tempo	Frequência Absoluta	Frequência Relativa observada
]0 - 5]	2,5	0	0,000
]5 - 10]	7,5	12	0,185
]10 - 15]	12,5	26	0,400
]15 - 20]	17,5	15	0,231
]20 - 25]	22,5	9	0,138
]25 - 30]	27,5	2	0,031
]30 - 35]	32,5	1	0,015
		65	

Tabela 5 - Frequências observadas para atendimento

A partir dos tempos de atendimento a cada cliente e das médias dos intervalos, dispostos na Tabela 5, é realizada uma média ponderada.

Multiplicando cada tempo de atendimento com cada média do intervalo correspondente, realizando a somatória dos termos e racionalizando por 65, que corresponde ao número total de clientes da amostra, obteve-se o tempo de atendimento médio do sistema, que é igual a 14,88 segundos.

Podendo assim calcular o ( $\mu$ ) médio que é dado pelo inverso do tempo de atendimento médio, chegando ao resultado de 0,0673 segundo. Obtendo finalmente a taxa de ocupação ( $\rho$ ) que é calculado pela racionalização de ( $\lambda$ ) por ( $\mu$ ). Obtendo um valor de ( $\rho$ ) igual a 0,27.

Prado (2004) coloca que sistemas estáveis exigem  $\lambda$  menor que  $\mu$  ou  $\rho < 1$ . No caso em estudo as condições são satisfeitas como é possível observar nos cálculos demonstrados acima. Com esses dados e utilizando-se de métodos matemáticos do estudo de teoria das filas foi gerada a tabela 6.

Faixa de intervalo	Média de intervalo	Frequência absoluta calculada $f(x+1) - f(x)$ n° de clientes	Frequência relativa
--------------------	--------------------	---	---------------------

	de tempo	ou	calculada
		$1 - e^{-\mu \text{médio} \cdot x + 1}$	$1 - e^{-\mu \text{médio} \cdot x} * n^{\circ} \text{ de clientes}$
[0 - 5]	2,5	18,55	0,32
]5 - 10]	7,5	13,25	0,23
]10 - 15]	12,5	9,47	0,16
]15 - 20]	17,5	6,77	0,12
]20 - 25]	22,5	4,84	0,08
]25 - 30]	27,5	3,46	0,06
]30 - 35]	32,5	2,47	0,04
		58,81	1

Tabela 6 - Frequências calculadas

Com os dados da Tabela 6, obtém-se o gráfico das frequências relativas (Figura 3), ferramenta utilizada para um melhor entendimento da relação entre frequência relativa observada e frequência relativa calculada.

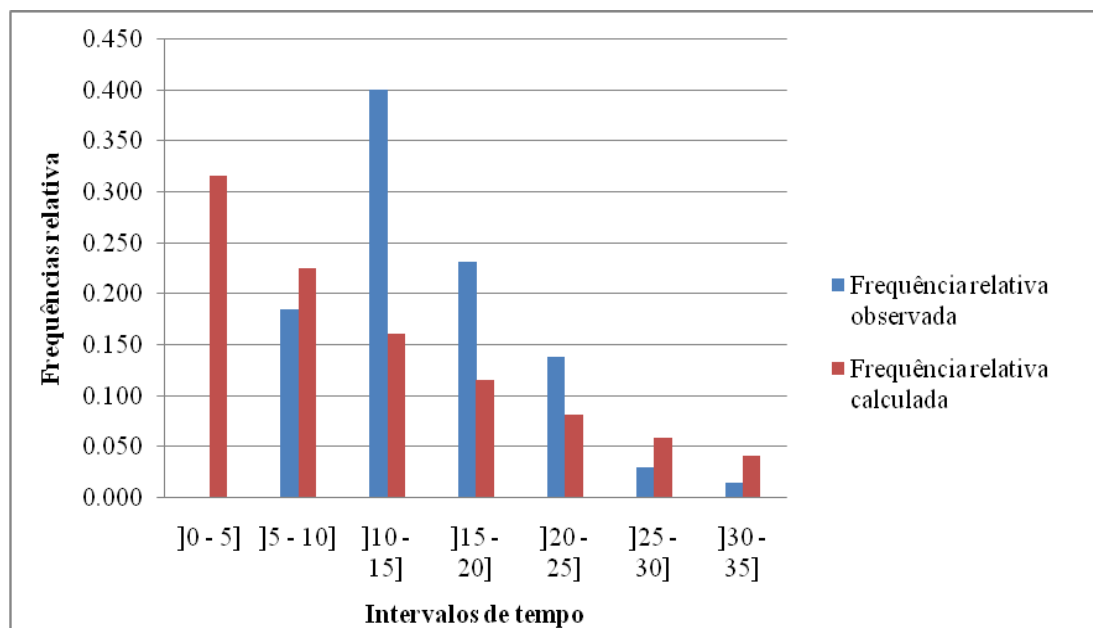


Figura 3 - Gráfico das Frequências relativas

#### 4. Notação de Kendall do modelo da fila

Kendall, em 1953, propôs uma notação que específica para os modelos de fila, onde se leva em consideração a caracterização de chegadas, do atendimento, e do número de servidores. Esta notação é conhecida como notação de Kendall.

Analisando os dados do modelo apresentado e estudado neste trabalho pôde-se classificá-lo como M/M/1, isto é, aquele em que tanto as chegadas quanto o atendimento são marcovianos (PRADO, 2004).

## 5. Parâmetros calculados

Com a finalidade de tomar decisões com maior precisão, é necessário o cálculo de parâmetros onde, com uma análise sobre eles foi possível identificar que o sistema é totalmente estável do ponto de vista de teoria das filas. Conforme segue na Tabela 7.

Parâmetro	Fórmula	Resultado
Probabilidade do sistema estar vazio % (Po)	$P_{(n)} = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$	73%
Número médio de clientes no sistema (NS)	$NS = \frac{\lambda}{(\mu - \lambda)}$	0,37
Número médio de clientes na fila aguardando atendimento (NF)	$NF = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$	0,1
Tempo médio de permanência do cliente no sistema em segundos (TS)	$TS = \frac{1}{(\mu - \lambda)}$	20,36
Tempo médio de permanência do cliente na fila em segundos (TF)	$TF = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$	5,47

Tabela 7 - Parâmetros analisados

## 5. Proposta de Layout

No sistema de filas o *Layout* deve ser entendido como um componente do sistema, capaz de gerar otimização e diferenciais de mercado. De acordo com Abrantes (2004), um bom *layout* pode ser entendido como aquele que se adapta plenamente aos itens produtivos, buscando uma combinação ótima entre todos os fatores envolvidos.

No caso da panificadora em questão, analisando o *layout* e as observações feitas no local, pôde-se identificar um problema relevante quanto a disposição do caixa em relação à vitrine expositora de produtos, pois o fato da fila deste caixa se formar em frente a vitrine, impossibilita uma visualização adequada dos produtos pelos seus clientes que não estão na fila, ocasionando portanto uma concentração desses dois fluxos no mesmo espaço físico, gerando desconforto e insatisfação dos cliente e funcionários como ilustrado na figura 4 a seguir.

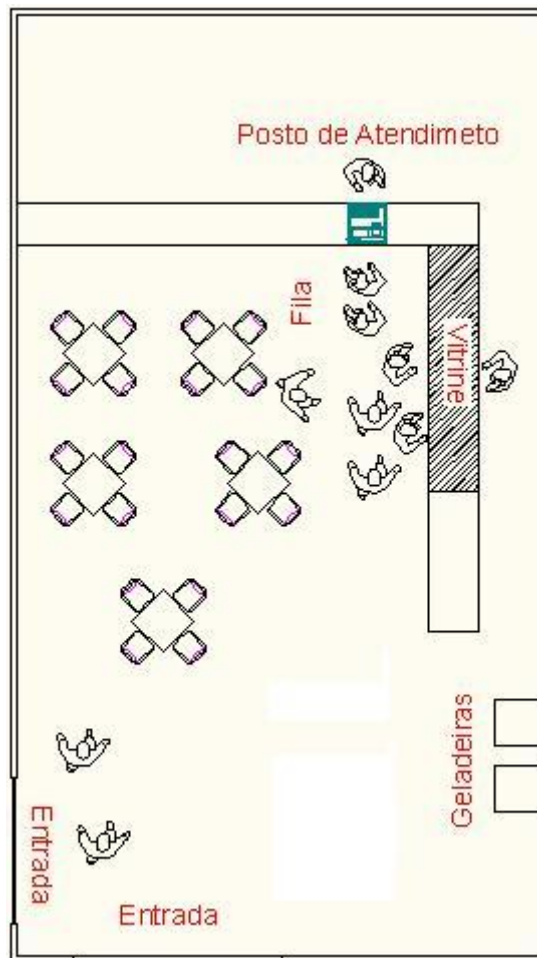


Figura 4 - Layout atual

Para sanar esse problema foi proposto um novo *layout* racionalizando os fluxos de forma a otimizar o espaço físico e aumentar a satisfação dos clientes e funcionários. Este modelo está disposto na figura 5, onde observa-se a mudança de posição do posto de atendimento, invertendo assim o posicionamento da fila e alterando as posições das mesas e das geladeiras no espaço interno da panificadora.

Outra mudança observou-se no reposicionamento da vitrine a fim de proporcionar maior conforto para os clientes que queiram visualizar os produtos dispostos na mesma. Sendo a forma mais econômica de mudança de *layout*, pois apenas foram alocados de forma diferente os agentes do sistema evitando altos investimentos em móveis ou equipamentos.



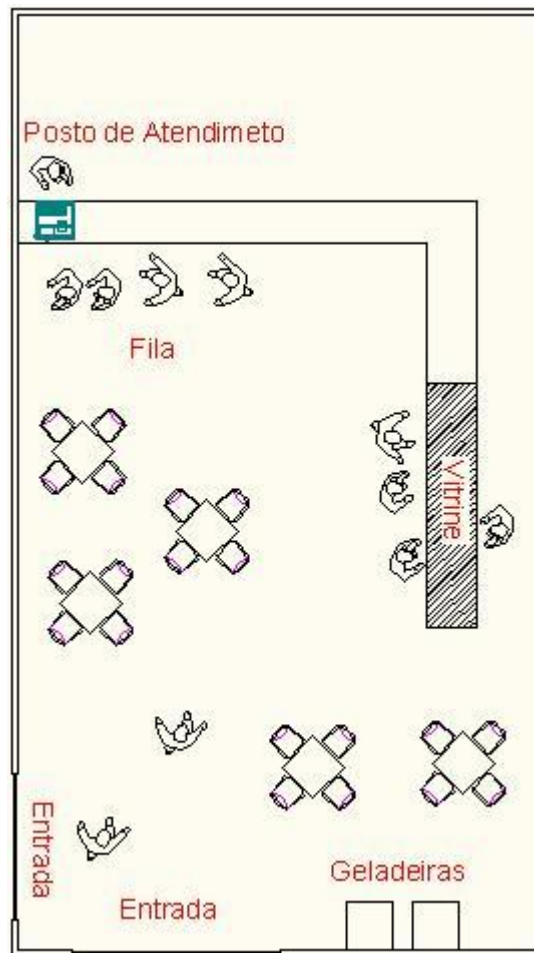


Figura 5 - Layout Proposto

## 6. Conclusão

O caso da panificadora apresentado neste trabalho exemplifica uma aplicação de teoria das filas em um sistema cotidiano, mostrando que é possível aplicar de forma simples a pesquisa operacional no setor de serviços a fim de otimizar espaços, balancear sistemas, melhorar atendimentos e aumentar a satisfação de clientes e funcionários.

O sistema de atendimento estudado apresenta um modelo de fila do tipo M/M/1, que se caracteriza por apresentar uma única fila para um único posto de atendimento. De acordo com o estudo feito na padaria evidenciou-se um sistema de atendimento adequado e estável onde o único caixa do estabelecimento é suficiente para atender as necessidades dos seus clientes haja vista que além de seu ritmo de atendimento ( $\mu$ ) ter dado aproximadamente 4 vezes maior que o ritmo de chegada ( $\lambda$ ), a taxa de ocupação ( $\rho$ ) ficou em aproximadamente 0,27, estando muito distante de ser considerado saturado.

No entanto, as observações mostraram que o *layout* atual não está adequado contribuindo para insatisfações de clientes e dificultando o trabalho dos atendentes. Para tornar o funcionamento do sistema adequado foi proposto novo arranjo físico para o espaço interno da panificadora modificando-se a posição da fila do caixa, da vitrine, das mesas e das geladeiras, a fim de tornar o ambiente mais funcional para os trabalhadores e proporcionar aos clientes maior conforto, melhor atendimento e satisfação.

Este estudo mostra que para a situação atual da empresa o sistema de atendimento em foco não está congestionado e funciona de forma satisfatória, porém o proprietário do estabelecimento recentemente implantou sistema de refrigeração e planeja uma estratégia de mercado ofensiva onde pretende atrair, conquistar e satisfazer mais clientes tornando, dessa forma, crescente o fluxo da padaria e indispensável à implantação do novo *layout*.

## Referências

- ABRANTES, A.** *Atualidades em Ergonomia – Logística, Movimentação de Materiais, Engenharia Industrial, Escritórios*. Ed. Instituto IMAM, 1ª edição, p.41, 2004.
- FOGLIATTI, M. & MATTOS, N.** *Teoria de filas*. Ed. Interciência. p.7, 2007.
- HILLIER & LIEBERMAN.** *Introdução à pesquisa Operacional*. Ed. Campus, 3ª edição, p.396, 1988.
- KENDALL, D. G.** *Stochastic Process occurring in the Theory of Queues and their Analysis by the method of imbedded Markov chains*. Annals of Mathematical Statistics. v. 24, p.338-354, 1953.
- PRADO, D.** *Teoria das Filas e da Simulação*. Ed. de gerenciamento gerencial. Volume 2, p.23, 2004
- HILL, R; GRIFFITHS, W & JUDGE, G.** *Econometria*. Ed. Saraiva. 2ª edição, p.263, 2003.
- FOGLIATTI, M; BRUNS, R & SONCIM, S.** *Pesquisa operacional: uma aplicação da teoria das filas a um sistema de atendimento*. Instituto Militar de Engenharia. ENEGEP, 2001. Disponível em: <[http://www.abepro.org.br/biblioteca/ENEGEP2001\\_TR60\\_0158.pdf](http://www.abepro.org.br/biblioteca/ENEGEP2001_TR60_0158.pdf)>. Acesso em: 14 out. 2009.