APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS NO SISTEMA DE FILAS DE UMA EMPRESA DO RAMO DE PANIFICAÇÃO DE MÉDIO PORTE.

Ramon Gomes da Silva (UEPA)
ramongs1406@hotmail.com
Alef Berg de Oliveira (UEPA)
alefberg@hotmail.com
Thulio de Oliveira Farias (UEPA)
thuliofarias91@hotmail.com
Igor Cruz da Silva (UEPA)
igorcruz93@hotmail.com

A teoria das filas é uma ferramenta que estuda a formações de filas, ou mesmo a simulação da formação destas, para que se possa analisar a eficiência de atendimento de um sistema. Desta maneira o estudo apresentará uma análise sobre a formação de filas em uma panificadora dentro do bairro do Marco em Belém. Para o alcance disto é mostrado de forma parcial o que será feito na introdução do trabalho, a definição dos conceitos, fórmulas e técnicas aqui utilizadas durante a realização do estudo no embasamento teórico. Logo é apresentada uma metodologia do estudo realizado, para que se tenha um conhecimento do que foi realizado e o que foi necessário para a realização deste artigo. Ao final é feito uma análise do sistema, após a realização de todos os cálculos referentes ao estudo, utilizando-se de uma pequena simulação para possíveis aumentos na demanda, respondendo de que forma isso impactaria a panificadora e o que seria necessário em termos de mudança dentro da panificadora.

Palavras-chave: Teoria, Filas, Análises, Simulação

1. Introdução

Atualmente, em alguns sistemas de empresas, acontecem alguns congestionamentos de clientes, o que pode ser uma consequência da ausência de funcionários disponíveis para efetivar o atendimento dos clientes nos casos em que, por exemplo, a demanda é superior à capacidade da empresa, ou algumas vezes tem ausência de organização adequada para o bom atendimento, necessitando assim, de uma das ferramentas da pesquisa operacional que é a teoria das filas.

Essa ferramenta trabalha em variados campos administrativos de empresas, realizando estudos estatísticos para a elaboração da distribuição de probabilidades adequadas para a efetivação do modelo necessário para a utilização na empresa.

O trabalho foi realizado com o intuito de obter a organização adequada em uma panificadora, objetivando analisar e verificar o sistema, buscando averiguar a sua estabilidade, realizando coleta de dados e cronometragens, para aumentar a confiabilidade dos resultados adquiridos através de cálculos.

Atendimentos eficientes são muito importantes para qualquer tipo de negócio, podendo obter diminuição de custos na padronização das filas, melhor qualidade, aumento da produtividade e satisfação dos clientes, pelo fato do atendimento ser mais rápido.

2. Referencial teórico

2.1 Pesquisa operacional

Antes de tudo é necessário que se defina vários conceitos importantes a respeito do tema em questão, dentre estes conceitos o de Pesquisa Operacional, disciplina fundamental no estudo realizado. Segundo Batalha et al (2008):

> Pesquisa operacional é a aplicação de métodos científicos a problemas e complexos para auxiliar no processo de tomada de decisões, tais como projetar, planejar operar sistemas em situações que requerem alocações eficientes de recursos escassos.

Desde que surgiu este estudo de análise de decisões, caracterizou-se pela utilização de técnicas e métodos científicos qualitativos, no intuito da determinação da melhor utilização dos recursos limitados bem como para programação otimizada das operações de uma empresa Andrade (2000).

Arenales et al (2007) afirma que "o componente científico está relacionado às ideias e processos para articular e modelar problemas de decisão, determinando os objetivos do tomador de decisão e as restrições sob as quais se devem operar. "

2.2 Teoria das filas

A teoria das filas se tornou extremamente importante, dentro das mais diversas áreas, sendo amplamente utilizada em problemas relacionados ao trânsito caótico das grandes cidades, ou como ferramenta de estudo das enormes filas em bancos, supermercados, e assim por diante.

É definida por Andrade (2004):

> Essa teoria trata de problemas de congestionamento de sistemas, cuja característica principal é a presença de 'clientes' solicitando 'serviços' de alguma maneira. Em sua expressão mais simples, um sistema de filas é composto de elementos que querem ser atendidos em um posto de serviço e que, eventualmente, devem esperar até que o posto esteja disponível.

Muitos outros autores também discorrem sobre tal teoria, é o caso de Taha (2008) que define a teoria como sendo:

> O estudo de filas trata da quantificação do fenômeno da espera em filas usando medidas representativas de desempenho como o comprimento média de uma fila, o tempo médio de espera em fila e a média de utilização da instalação. O exemplo a seguir demonstra como essas medições podem ser usadas para projetar uma instalação de serviço.

Arenales et al (2007) também discorre sobre esta:

> A teoria de filas (ou teoria de congestão), inicialmente motivada por aplicações em sistemas telefônicos, é um ramo da Pesquisa Operacional que estuda as relações entre as demandas em um sistema e os atrasos sofridos pelos usuários deste sistema.

2.3 Levantamento estatístico

O levantamento estatístico é utilizado no sentido de determinar a distribuição de probabilidade do número de atendimentos ou da duração de cada atendimento. O resultado obtido é uma função de distribuição de probabilidades (Andrade, 2004).

Foi utilizada para descrição da melhor maneira possível do estudo em questão, tendo em vista que dados estatísticos foram utilizados no tratamento de dados. Esta distribuição é citada por Stevenson (2001) "A distribuição de Poisson é útil para descrever as probabilidades do número de ocorrências num campo ou intervalo contínuo (em geral tempo ou espaço) "

Ainda segundo Harrel et al (2002):

> A distribuição Poisson está associada com taxas de chegada. Reflete a probabilidade associada com um número finito de sucessos (chegadas) ocorrendo em um determinado intervalo de tempo ou área especificada. Para cada valor inteiro da variável aleatória X, há uma única probabilidade de ocorrência.

2.3.1 Processo de chegada/ clientes atendidos

As chegadas dos clientes são importantes por que interferem diretamente nas filas que se formarão ou que já se formaram no estabelecimento. Segundo Andrade (2002):

> As chegadas de clientes a um sistema ocorrem, na maioria dos casos que têm interesse para a administração, de modo aleatório, ou seja, o número de clientes que chegam por unidade de tempo varia segundo o acaso. Assim sendo, torna-se importante realizar um levantamento estatístico com a finalidade de descobrir se o processo de chegadas pode ser caracterizado por uma distribuição de probabilidade.

O primeiro passo no estudo de um sistema de filas é o levantamento estatístico do número de clientes atendidos por unidade de tempo, ou do tempo gasto em cada atendimento. Esse tempo pode ser regular, ou seja, todos os atendimentos têm a mesma duração, ou pode ser aleatório, que é a situação mais comum, em que cada cliente exige um tempo próprio para solução do seu problema.

2.4 Distribuição de Poisson

Para a realização dos cálculos da distribuição de Poisson, alguns cálculos são necessários, para isto são utilizadas algumas fórmulas expostas abaixo, no que se refere aos dados estatísticos.

De acordo com Portinoi (2005), a distribuição de Poisson é feita através da seguinte fórmula.

$P(x = x) = \frac{\lambda^{x}.e^{-\lambda}}{x!}$ (Equação 1);

Onde,

- λ é o ritmo médio de chegada;

- x número de ocorrências do evento em um intervalo.

2.5 Distribuição exponencial negativa

Outra distribuição necessária para o estudo em questão foi a exponencial negativa, a fórmula utilizada para o cálculo dos valores relacionados a essa distribuição é a seguinte, segundo adaptado de Caetano (2013):

$P(X_i \leq X \leq X_s) = e^{-\mu.X_i} - e^{-\mu.X_s}$ (Equação 2);

Onde,

- X é um valor situado entre X_i e X_s;

- X_i é o valor mínimo da classe;

- X_s é o máximo da classe;

- μ é o ritmo médio de atendimento.

Logo após multiplica-se a equação pelo somatório de O_ie chegamos ao valor do E_i.

Onde,

- O_i é a frequência observada;

- E_i é a frequência esperada.

2.6 Teste do qui-quadrado

Para verificar se a distribuição proposta pode realmente ser aplicada aos dados analisados, é utilizado o teste do qui-quadrado, aplicando a seguinte fórmula, segundo adaptado de Zilio (2012):

$x^2 = \frac{\Sigma(Oi-Ei)^2}{Ei}$ (Equação 3);

Onde,

x^2 é o qui-quadrado calculado.

2.7 Modelo de fila M/M/1

Este modelo é baseado na ideia de que existe apenas um servidor para atender apenas uma fila, o primeiro atendido é o primeiro da fila sem ordem de prioridade Andrade (2000), ainda segundo este:

a) As chegadas se processam segundo uma distribuição de Poisson com média λ (chegada/tempo);

b) Os tempos de atendimento seguem a distribuição exponencial negativa com média 1/μ (ou seja, o número de atendimentos segue a distribuição de Poisson com média μ);

c) O atendimento à fila é feito pela ordem de chegada;

d) O número de possíveis clientes é suficientemente grande para que a população possa ser considerada infinita.

Para o estudo completo é necessário a utilização de várias fórmulas que são citadas por Andrade (2000):

a) Taxa e utilização do sistema

$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ (Equação 4);

b) Nº médio de clientes na fila

$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$ (Equação 5);

c) Tempo médio de espera na fila

$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$ (Equação 6);

d) Nº médio de clientes no sistema

$L_s = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}$ (Equação 7);

e) Tempo médio de espera no sistema

$W_s = \frac{1}{\mu-\lambda}$ (Equação 8).

Onde,

- ρ é taxa de utilização do sistema;

- λ é o ritmo de chegada;

- μ é o ritmo de atendimento.

3. Estudo de caso

O estudo em questão foi realizado em uma panificadora localizada no bairro do marco, próxima a uma grande rede de televisão da região norte, em frente a um grande órgão público da capital e próximo a grandes prédios residências no entorno da panificadora. Todos estes fatores somados geram um grande volume de clientes dentro da panificadora em horários de picos, principalmente pela parte da manhã.

Contudo o estudo foi realizado em um período de menor movimento, por que havia um interesse da gerência em saber o volume da demanda em horários de menor movimento, para que fosse possível a utilização de estratégias para aumento de demanda caso esta fosse muito pequena.

3.1 Metodologia

3.1.1 Tempo de chegada

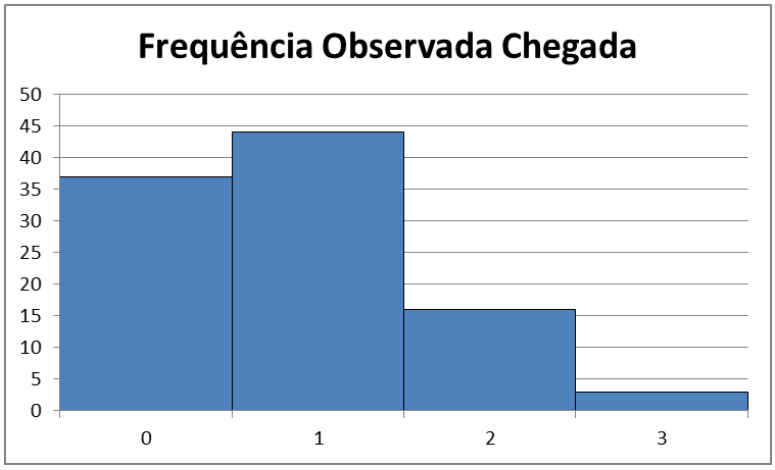
Após a realização das cronometragens na empresa, foi estabelecida a base de dados necessária para o estudo em questão.

As cronometragens foram realizadas durante 100 minutos, e os valores foram inseridos em uma tabela, com a ajuda de uma planilha eletrônica, na qual constam os valores coletados. Então foi feita uma estratificação dos dados em 100 intervalos de um minuto cada, sendo anotados os números de clientes que chegavam à panificadora em cada um desses intervalos.

O número de clientes que chega em cada intervalo (ou classe) variou de 0 a 3, logo, foram utilizadas 4 classes para o estudo. Assim, pode-se determinar a frequência observada em cada um dos intervalos, sendo que, em 37 desses intervalos (não necessariamente consecutivos) não chegou nenhum cliente; em 44 desses intervalos chegou apenas 1 cliente; em 16 desses intervalos chegaram 2 clientes; e em 3 desses intervalos chegaram 3 clientes.

De posse dos valores de frequência observada, foi feito um histograma do número de clientes que chegaram em cada intervalo (0, 1, 2 ou 3) em função do número de ocorrências em cada intervalo (37, 44, 16 ou 3).

Figura 1 – Histograma da Frequência observada no ritmo de chegada.



Fonte: Autores (2013).

Analisando o comportamento dos dados na Figura 1, foi possível perceber uma tendência a uma distribuição de Poisson, a qual foi posteriormente testada, utilizando o teste do qui-quadrado, o qual é calculado pela Equação 1.

O valor de frequência esperado para a chegada de 0 pessoa foi de 42,741; para a chegada de 1 pessoa, foi de 36,330; para a chegada de 2 pessoas, foi de 15,440; e para a chegada de 3 pessoas, o valor esperado foi de 4,375. O que significa que a distribuição de Poisson é realmente válida para os dados em questão. Para uma melhor visualização e compreensão, esses dados foram inseridos na Tabela 1.

Tabela 1 - Valores das frequências observadas e esperadas para o ritmo de chegadas.

Intervalos	Freq. Observadas	Freq. Calculadas
0	37	42,741
1	44	36,330
2	16	15,440
3	3	4,375

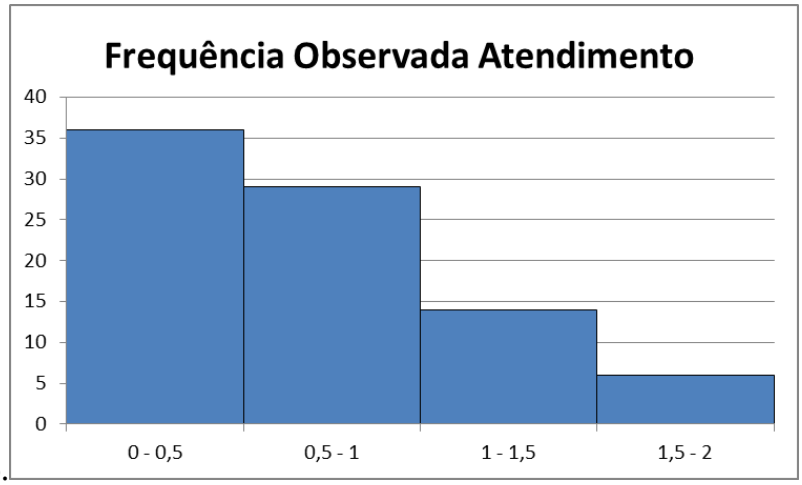
Fonte: Autores (2013).

De posse dos valores de frequência observada (obtidos por meio das cronometragens) e esperada (utilizando o modelo de Poisson), é necessário testar se a distribuição de Poisson é de fato a mais adequada, para tanto, foi feito o teste do qui-quadrado, utilizando a Equação 3. O somatório dos valores de qui-quadrado para as classes foi de 2,843, sendo que o qui-quadrado tabelado para o caso em questão (com 2 graus de liberdade e 95% de confiança) é de 5,991, ou seja, o qui-quadrado calculado é menor que o tabelado, logo, a distribuição de Poisson é válida para o ritmo de chegada de clientes à empresa.

3.1.2 Tempo de atendimento

Realizada a parte referente ao tempo de chegada, é testada outra distribuição para o tempo de atendimento do cliente. Para escolher a melhor hipótese, é preciso antes de tudo analisar os dados, e verificar a possível distribuição em que possam se enquadrar sendo demandada a construção de um histograma que mostre a distribuição dos dados referentes aos intervalos de classes e os valores de frequência observada, como é possível visualizar no Figura 2.

Figura 2 – Histograma da Frequência observada no ritmo de atendimento.



Fonte: Autores (2013).

Foram utilizadas, novamente, quatro classes para o tempo de atendimento (0 a 0,5 minutos; 0,5 a 1,0 minutos; 1,0 a 1,5 minutos; 1,5 a 2,0 minutos), sendo que os valores de frequência observada em cada classe foram, respectivamente, 36, 29, 14 e 6. Como o modelo tem uma inclinação a se comportar como uma distribuição exponencial negativa, esta foi a primeira distribuição a ser testada. É seguida a mesma linha de raciocínio da distribuição anterior. Calcula-se frequência esperada (E_i), para qual foi utilizada a Equação 2. Em seguida, foi feita a verificação se os valores obtidos estão próximos aos valores da frequência observada (Oi), chegou-se a constatação de que os dados eram próximos o suficiente, a próxima etapa necessária é o teste que definiria a utilização ou não desta distribuição.

O teste do qui-quadrado calculado para esta distribuição ficou estabelecido em 5,752, enquanto que o tabelado, para 2 graus de liberdade e 95% de confiança, é estabelecido em 5,991, logo o qui-quadrado calculado é menor que o tabelado, então a utilização de uma distribuição exponencial negativa para o ritmo de atendimento dos clientes é viável. Para melhor visualização dos dados obtidos, estes foram organizados na Tabela 2.

Tabela 2 – Valores das frequências observadas e esperadas para o ritmo de atendimento.

Tempo	Oi	Ei	X^2
0,0 - 0,5	36	43,7666	1,3782
0,5 - 1,0	29	21,2311	2,8427
1,0 - 1,5	14	10,2991	1,3298
1,5 - 2,0	6	4,9961	0,2017
Soma	85	-	5,7525

Fonte: Autores (2013).

3.1.3 Cálculos sobre o sistema

Por meio destes cálculos, é possível ter as definições sobre as filas formadas e o próprio sistema.

Este primeiro cálculo refere-se à taxa de utilização (ρ) do sistema, que é feito através da Equação 4, sabia-se que o λ estava definido em 0,85, e que o μem 1,446, logo estes valores são dispostos na formula, para a obtenção do resultado.

Além disso, o número médio de clientes na fila (L_q) também foi calculado, utilizando-se da Equação 5, já que os valores referentes a λ e μ já são conhecidos.

O tempo médio de espera na fila (W_q), o número médio de clientes no sistema (L_s), e tempo médio de espera no sistema o (W_s) também foram calculados, utilizando-se dos valores de λ e μ, estes resultados serão mostrados mais a frente para um melhor entendimento.

4. Análise de resultados

Após a realização dos devidos cálculos e procedimentos no âmbito da pesquisa operacional, foi possível chegar aos resultados da situação atual da empresa, aplicando as fórmulas já expostas anteriormente.

Na análise do ritmo de chegada de clientes, é possível ter uma base do nível de demanda da empresa, ou seja, é possível perceber que os valores predominantes são de 0 ou 1 cliente em cada intervalo de 1 minuto, enquanto que os valores de 2 ou 3 clientes em 1 minuto ocorreram de forma minoritária e não existiram casos de 4 ou mais clientes em um intervalo de 1 minuto, logo a média de demanda da empresa no horário observado ficou entre 0 e 1 clientes (mais precisamente, 0,85 clientes por minuto).

Na análise do ritmo de atendimento, constatou-se que os clientes são rapidamente atendidos, pois a distribuição dos dados se assemelhou a uma distribuição exponencial negativa, o que significa que o número de observações existentes vai decaindo conforme o tempo de atendimento vai crescendo, sendo que, no intervalo de 0 a 0,5 minutos foram observadas 36 ocorrências, enquanto que no intervalo de 1,5 a 2 minutos (que é o último intervalo analisado), foram observadas apenas 6 ocorrências.

Nos cálculos das variáveis que representam a situação atual da empresa, pode-se fazer uma análise do sistema, ou seja, de como está funcionando atualmente o atendimento no local. Utilizando as equações já expostas anteriormente e um recurso de uma planilha eletrônica, foram obtidos os valores das variáveis, que estão expostos a seguir.

A taxa de ocupação (ρ) foi de 0,58, o que significa que o sistema apresenta uma ociosidade,

visto que ainda estão disponíveis 42% da sua capacidade total. O número médio de clientes no sistema (L_s) foi de 1,426 e o tamanho médio da fila (L_q) foi de 0,838, que são considerados dentro dos conformes, visto que os valores são baixos e não representam um congestionamento de clientes, logo afetam bem pouco na produtividade da empresa. O tempo médio de permanência no sistema (W_s) foi de 1,678 min e o tempo médio de espera na fila (W_q) foi de 0,986 min, os quais também são considerados satisfatórios, já que os clientes são atendidos rapidamente, logo o tempo de espera é baixo, o que não gera insatisfação e não faz com que a empresa perca demanda. A probabilidade de o sistema estar vazio (P_0) foi de 41,2%.

Após a obtenção e análise desses dados, pudemos gerar alguns cenários para a empresa, no sentido de tentar otimizar seu atendimento, de forma a diminuir a ociosidade existente e, dessa forma, melhorar ainda mais os serviços prestados, considerando a compra de novos caixas. Esses cenários são analisados na Tabela 3.

Tabela 3 – Simulações realizadas.

λ (Clientes por minuto)	C
$0,85 < \lambda < 1,24$	1
$1,24 < \lambda < 2,49$	2
$2,49 < \lambda < 3,76$	3
$3,76 < \lambda < 5,05$	4

Fonte: Autores (2013).

Nessa tabela, foi feita uma análise do ambiente da empresa, em seguida, foi estabelecido o valor de 5 como o máximo aceitável de clientes na fila (ou seja, LF $\leq$ 5), pois um número maior de clientes geraria um desconforto no ambiente. Dessa forma, o número de caixas ”C”, varia de acordo com o número de clientes que chegam por minuto no estabelecimento. Esses valores foram obtidos por meio de um recurso de uma planilha eletrônica, o qual foi utilizado para realizar simulações, de forma a testar cada valor para as variáveis, até ser atingido o valor desejado (que é o máximo de 5 clientes na fila). O número máximo de caixas que foi

estabelecido para essa análise foi de 4, por que, analisando o layout da panificadora, um número maior de caixas não seria possível.

5. CONCLUSÃO

De acordo com o estudo feito, foi concluído que o sistema, nas condições atuais de demanda e uso dos recursos produtivos, é capaz de atender os clientes de forma satisfatória, visto que não há grande formação de filas e o tempo de atendimento é baixo.

Além disso, também foi notado que o sistema é capaz de atender uma demanda maior do que a atual, então, feitos os cálculos necessários, foi estabelecido que pode ocorrer um aumento de 45% na demanda de clientes da empresa, sem que isso interfira de forma prejudicial à qualidade do atendimento, mesmo com a presença de apenas um caixa no local, sendo que, se o aumento da demanda for maior ou igual a 46% da demanda atual, seria necessária a instalação de um outro caixa, e assim sucessivamente, de acordo com a Tabela 3.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, E. L. *Introdução à pesquisa operacional, métodos e modelos para análise de decisões*. 3ª edição. Editora LTC. Rio de Janeiro 2002.

ANDRADE, E. L. *Introdução à pesquisa operacional*. 2ª edição. Editora LTC. Rio de Janeiro 2000.

ARENALES, M. et al. *Pesquisa operacional, para cursos de engenharia*. 6ª tiragem. Editora Elsevier. Rio de Janeiro 2007

BATALHA, M. O. et al. *Introdução à engenharia de produção*. 4ª tiragem. Editora Elsevier. São Paulo 2008.

CAETANO. M. A. L. *Teorias, técnicas e simulações em processos aleatórios*. 2013. Disponível em: <http://www.mudancasabruptas.com.br/TeoriaFilas.pdf>. Acesso em 19 de junho de 2013.

HARREL, C. R. *Simulação, otimizando os sistemas*. 2ª edição. Editora Imam. São Paulo 2002.

PORTINOI. M. *Probabilidade, distribuição de Poisson*. 2005. Disponível em: <http://www.eecis.udel.edu/~portnoi/classroom/prob_estatistica/2005_2/lecture_slides/Aula11-DistribuicaoProbabilidade-Poisson.pdf>. Acesso em 20 de junho de 2013.

PRADO, D. S. *Teoria das filas e da simulação*. Série Pesquisa Operacional, Vol. 2. Editora de Desenvolvimento

Gerencial. Belo Horizonte, MG 1999.

STEVENSON, W. J. *Estatística, aplicada à administração*. 1ª edição. Editora Harbra. São Paulo 2001.

TAHA. H. A. *Pesquisa operacional.* 8ª edição. Editora Pearson Education do Brasil. São Paulo 2008.

ZILIO, A. F. *Testes qui-quadrado - aderência e independência*. 2012. Disponível em: <http://www.leg.ufpr.br/lib/exe/fetch.php/pessoais:andrefelipe:aula_de_qui-quadrado.pdf>. Acesso em 20 de junho de 2013.