

# ANÁLISE MULTIVARIADA PARA O CONTROLE DA QUALIDADE MICROBIOLÓGICA DO LEITE CRU

Jeniffer Fonseca Zanitt (UFSJ)

jzanitt@gmail.com

Daniela Carine Ramires de Oliveira (UFSJ)

ramires.daniela@gmail.com



*Uma forma eficaz de controlar um processo produtivo é através do controle estatístico da qualidade. A crescente aplicabilidade das ferramentas estatísticas da qualidade tem contribuído para as empresas em relação à correção de processos de fabricação, pois o uso das mesmas garante uma redução da variabilidade dos processos e, como consequência, melhor qualidade. Dentre estas ferramentas, se destacam os gráficos de controle, que têm como objetivo detectar causas especiais ou inaceitáveis. Em geral, o monitoramento é realizado através de gráficos de controle univariados, mas o número de informações geradas é grande, tornando difícil sua administração. Desta forma, é necessário o monitoramento simultâneo das características da qualidade. Para tais situações, destaca-se o gráfico de controle multivariado baseado na estatística  $T^2$  de Hotelling e, para a análise de um sinal fora de controle, o método da decomposição da estatística  $T^2$ . Este trabalho teve por objetivo melhorar a qualidade do leite cru recebido por um laticínio situado em São João del-Rei-MG, através da análise das características microbiológicas (contagem de células somáticas, contagem bacteriana total), utilizando essas ferramentas multivariadas, com o auxílio do software estatístico livre R, versão 3.1.3. Através deste trabalho foi possível mostrar uma técnica mais adequada, para possibilitar uma intervenção no processo no momento em que ocorria a causa especial e sugerir melhorias. Cabe ressaltar que com essa nova prática de controle de qualidade, houve uma melhora no produto final, acarretando uma fidelização de clientes e um impacto significativo nos lucros.*

*Palavras-chave: Gráfico  $T^2$  de Hotelling, decomposição da estatística  $T^2$ , distribuição normal multivariada*

## 1. Introdução

Uma forma eficaz de controlar um processo produtivo é através do controle estatístico da qualidade. A crescente aplicabilidade das ferramentas estatísticas da qualidade tem contribuído para as empresas em relação à correção de processos de fabricação, pois o uso das mesmas garante uma redução da variabilidade dos processos e, como consequência, melhor qualidade. Dentre estas ferramentas, se destacam os gráficos de controle, que têm como objetivo detectar causas especiais ou inaceitáveis. Em geral, o monitoramento é realizado através de gráficos de controle univariados, mas o número de informações geradas é grande, tornando difícil sua administração. Além disso, esse procedimento pode ser deficiente, pelo fato de ignorar as correlações que possam existir entre as características de interesse. Desta forma, é necessário o monitoramento simultâneo de duas ou mais características da qualidade. Para tais situações utilizam-se os gráficos de controle multivariados.

Dentre os gráficos multivariados existentes, pode-se utilizar o gráfico de controle multivariado (GCM) baseado na estatística  $T^2$  de Hotelling. O gráfico de controle multivariado baseado nessa estatística apresenta mais sensibilidade do que os gráficos univariados, permitindo ao operador detectar mais rapidamente os possíveis problemas existentes no processo.

Henning *et al* (2012), utilizaram o gráfico  $T^2$  de Hotelling para monitorar um processo de usinagem em um setor metalomecânico. Esse processo possuía três variáveis, isto é, foram monitoradas três cotas em uma mesma peça. Oyeyemi (2011) apresenta o gráfico  $T^2$  de Hotelling para o controle do processo de produção de um detergente, considerando quatro características. O  $T^2$  de Hotelling foi aplicado por Singh e Kumar (2011) para comparar a qualidade da água de duas estações de monitoramento utilizando quatro características. Oliveira e Souza (2008) utilizaram gráficos de controle e a decomposição da estatística  $T^2$  de Hotelling para o monitoramento no treinamento de natação, verificando a relação entre as variáveis condicionantes do rendimento de atletas na prova de 1500 m.

Dentre os trabalhos citados, apenas alguns mostraram o procedimento adotado para avaliar os pontos fora de controle no gráfico  $T^2$  de Hotelling. Montgomery (2009) menciona que a maior dificuldade encontrada ao se lidar com qualquer gráfico de controle multivariado é a interpretação prática de um sinal fora de controle. O mesmo apresenta alguns autores e seus métodos, mas destaca o uso do método de decomposição da estatística  $T^2$ , proposto por Runger, Alt e Montgomery (1996).

Com o objetivo de melhorar a qualidade do leite, o Programa Nacional de Melhoria da Qualidade do Leite (PNQL) quer mudar a forma de se produzir o leite no Brasil, garantindo à população o consumo de produtos lácteos mais seguros, nutritivos e saborosos, além de proporcionar condições para aumentar o rendimento dos produtores (DÜRR, 2005). Diante disto, a cidade de São João del-Rei - MG possui um laticínio que tem trabalhado exaustivamente no controle de qualidade de seus produtos, onde seu produto principal é o leite de saquinho. Para avaliação da matéria-prima (leite cru), com base nas especificações físico-químicas e microbiológicas estipuladas pelo Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento, o setor responsável faz mensurações de diversas características simultaneamente.

Portando, este trabalho tem por objetivo melhorar a qualidade do produto comercializado por este laticínio, utilizando as ferramentas multivariadas (gráfico  $T^2$  de Hotelling e a decomposição da estatística  $T^2$ , para avaliar possíveis pontos fora de controle), com o auxílio do *software* estatístico livre R, versão 3.1.3. Cabe ressaltar que a contribuição deste trabalho está na melhoria da qualidade do produto deste laticínio, através do uso de ferramentas estatísticas multivariadas adequadas.

## 2. Revisão bibliográfica

### 2.1. Coeficiente de autocorrelação

Para a verificação da autocorrelação, o embasamento teórico foi obtido de Montgomery (2009) e Morettin e Toloi (2008).

A suposição mais importante relativa aos gráficos de controle é a independência das observações, porque alguns gráficos de controle não têm um bom desempenho se as características da qualidade em estudo apresentam níveis de correlação ao longo do tempo, o que é definido por autocorrelação. Nesse contexto, a construção de correlogramas auxilia no estudo da autocorrelação entre as variáveis. Desta forma, a regra de decisão adotada foi a verificação da ultrapassagem ou não dos pontos nos limites dos correlogramas, construídos com um grau de confiança de 95%. Portanto, caso não exista algum ponto que ultrapasse os intervalos, as observações são independentes e os dados não são autocorrelacionados.

### 2.2. Verificação da normalidade multivariada

Para a verificação da suposição de normalidade multivariada foi utilizado o pacote MVN versão 3.9 (KORKMAZ *et al.*, 2015). Para este estudo foi adotado um nível de significância de 0,05, e foram utilizados os testes de: Henze-Zirkler, Mardia e o de Royston.

### 2.3. Gráfico T<sup>2</sup> de Hotelling

Essa seção foi baseada no livro de Montgomery (2009) com a adição de detalhes matriciais. Para avaliar processos que apresentam múltiplas características da qualidade, pode-se utilizar o gráfico de controle multivariado (GCM) baseado na estatística T<sup>2</sup> de Hotelling. É suposto que tais características são fortemente correlacionadas e precisam ser monitoradas conjuntamente.

O gráfico em questão foi desenvolvido por Hotelling (1947), o pioneiro na pesquisa sobre os gráficos de controle multivariados. Ele utilizou a abordagem multivariada de controle em dados contendo informações sobre localizações de bombardeios na Segunda Guerra Mundial. O desenvolvimento teórico proposto por Hotelling é descrito a seguir.

Em geral, em um processo, o vetor de médias  $\mu$  e a matriz de variâncias e covariâncias  $\Sigma$  das variáveis envolvidas são desconhecidos. Na prática  $\mu$  e  $\Sigma$  são estimados por meio de amostras preliminares, quando o processo está sob controle estatístico. Os dados no caso multivariado possuem também a suposição de que os mesmos tenham distribuição normal multivariada. As observações podem ser organizadas matricialmente da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} X_{111} & X_{121} & \cdots & X_{1p1} \\ X_{211} & X_{221} & \cdots & X_{2p1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{n11} & X_{n21} & \cdots & X_{np1} \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} X_{112} & X_{122} & \cdots & X_{1p2} \\ X_{212} & X_{222} & \cdots & X_{2p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{n12} & X_{n22} & \cdots & X_{np2} \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} X_{11k} & X_{12k} & \cdots & X_{1pk} \\ X_{21k} & X_{22k} & \cdots & X_{2pk} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{n1k} & X_{n2k} & \cdots & X_{npk} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

em que  $X_{ijk}$  é a  $i$ -ésima observação, da  $j$ -ésima característica de qualidade no  $k$ -ésimo instante em que foi retirado a amostra, com  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, \dots, p$  e  $k = 1, 2, \dots, m$ .

A estatística T<sup>2</sup> de Hotelling é definida da seguinte maneira:

$$T^2 = n(\bar{X} - \bar{\bar{X}})'S^{-1}(\bar{X} - \bar{\bar{X}}), \quad (2)$$

em que  $\bar{\bar{X}}$  é a estimativa do vetor de médias de dimensão  $px1$  e S é a estimativa da matriz de variâncias e covariâncias do processo com dimensão  $pxp$ .

O vetor  $\bar{\bar{X}}$  é obtido da seguinte forma:

$$\bar{\bar{X}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{X}_{1k} \\ \vdots \\ \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{X}_{jk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\bar{X}}_1 \\ \vdots \\ \bar{\bar{X}}_p \end{bmatrix}_{px1}, \quad (3)$$

em que,

$$\bar{X}_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ijk}, j = 1, 2, \dots, p \text{ e } k = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

O cálculo da expressão (4) é realizado por meio da média de cada coluna das matrizes apresentadas em (1); em seguida, a expressão (3) é obtida da seguinte forma: a primeira linha é a média das primeiras colunas das  $k$  matrizes em (1), a segunda linha é a média das segundas colunas das  $k$  matrizes em (1) e assim por diante, até chegar a  $p$ -ésima linha de (3).

Já a estimativa de  $S$  é obtida por:

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{(11)k} & \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{(12)k} & \cdots & \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{(1p)k} \\ \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{(21)k} & \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{(22)k} & \cdots & \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{(2p)k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{(p1)k} & \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{(p2)k} & \cdots & \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{(pp)k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_1^2 & \bar{S}_{12} & \cdots & \bar{S}_{1p} \\ \bar{S}_2^2 & \cdots & \bar{S}_{2p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{S}_p^2 \end{bmatrix}_{p \times p} \quad (5)$$

A covariância entre as características da qualidade  $j$  e  $h$  na  $k$ -ésima amostra é dada por:

$$S_{jhk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})(X_{ihk} - \bar{X}_{hk}), k = 1, 2, \dots, m \text{ e } j \neq h \quad (6)$$

A expressão da estatística  $T^2$  em (2) é utilizada como base para o gráfico de controle multivariado. Segundo Alt (1985), há duas fases distintas no uso de um gráfico de controle. A fase 1 é o uso dos gráficos para o estabelecimento do controle, ou seja, testar se o processo estava, ou não, sob controle quando os  $m$  subgrupos preliminares foram extraídas e as estatísticas amostrais  $\bar{\bar{X}}$  e  $S$ , calculadas. O objetivo na fase 1 é a obtenção de um conjunto de observações sob controle, de modo que os limites de controle possam ser estabelecidos para a fase 2, que é o monitoramento da produção futura. Isto é, às vezes, chamado análise retrospectiva. Neste estudo, será abordado apenas a fase 1.

Os limites de controle para o gráfico de controle  $T^2$  na fase 1 são dados por:

$$LSC = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn - m - p + 1} F_{\alpha, p, mn - m - p + 1} \text{ e } LIC = 0, \quad (7).$$

#### 2.4. Decomposição da estatística $T^2$

Runger *et al.* (1996) propõem a decomposição da estatística  $T^2$  em componentes. As componentes originadas pela decomposição refletem a contribuição de cada variável (ou característica de qualidade) individualmente. Se  $T^2$  é o valor da estatística de todas as

variáveis e  $T_i^2$  é o valor da estatística para todas as variáveis do processo exceto a  $i$ -ésima, então a expressão:

$$d_i = T^2 - T_i^2, i = 1, 2, \dots, p \quad (8)$$

é um indicador da contribuição relativa da  $i$ -ésima variável para a estatística global. Quando um sinal fora de controle é gerado, é recomendado calcular os valores de  $d_i$  ( $i = 1, 2, \dots, p$ ) e concentrar a atenção nas variáveis para os quais os  $d_i$  são relativamente grandes.

### 3. Metodologia

O estudo de caso foi realizado em um laticínio da cidade de São João del-Rei, Minas Gerais. A empresa realiza as coletas do leite nas fazendas para posterior análise, processamento e produção de seus produtos. O objetivo foi proporcionar à empresa técnicas adequadas de monitoramento de processos para a melhoria contínua da qualidade do produto final oferecido. Portanto, a primeira etapa deste trabalho foi o estudo do banco de dados com os indicadores da qualidade do leite, fornecido pelas análises físico-químicas e microbiológicas, realizadas nas amostras do leite dos produtores rurais.

O processo de controle da qualidade do leite tem como finalidade manter as características padrões do leite para o consumo humano. Desta forma, os indicadores de qualidade abordados foram a Contagem Bacteriana Total (CBT), que indica a contaminação no leite expressa em Unidade Formadora de Colônia por mililitro (UFC/ml), e a Contagem de Células Somáticas (CCS), uma análise laboratorial onde o aumento da CCS no leite indica se o animal está com mastite subclínica, expressa em células/ml (DÜRR, 2005). Com a análise destas 2 características será possível detectar possíveis causas especiais (variabilidades fora do comum) que estejam influenciando na qualidade do leite, de modo que a investigação e a ação corretiva possam ser realizadas antes que os produtos sejam distribuídos inadequadamente.

#### 3.1. Área de aplicação e descrição do processo

Dentre os serviços realizados pela empresa, foi escolhida pela mesma a avaliação do processo de coleta e análise da matéria prima, o leite cru refrigerado. Pois através do controle da qualidade da matéria prima inicial, será agregada maior qualidade às características dos produtos finais.

O processo de coleta do leite cru refrigerado nas fazendas é realizado da seguinte forma: Primeiro os carreteiros da empresa vão diariamente até as diferentes fazendas dos produtores rurais e coletam o leite, este é armazenado em tanques de refrigeração nos caminhões.

Quando chegam à empresa, são retiradas amostras de cada produtor para posterior análise. Como essas análises laboratoriais do leite são realizadas mensalmente pela EMBRAPA (Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária, 2014, 2015), a coleta das amostras é realizada apenas na primeira semana de cada mês, onde as mesmas são encaminhadas para a EMBRAPA.

Na EMBRAPA são realizadas as análises quanto às diversas características do leite, como a quantidade de gordura, proteína, lactose, CCS, CBT entre outras, para averiguar se essas características estão dentro dos padrões, para cada produtor. Depois de analisadas, a EMBRAPA encaminha para a empresa relatórios com os valores obtidos por cada fornecedor nas diferentes características já citadas. Nestes relatórios, os valores para CCS e CBT devem ser multiplicados por 1000, mas os gráficos serão gerados com base nos dados originais dos relatórios. Com esses valores a empresa pode averiguar como cada fornecedor está fazendo sua ordenha, a higiene do animal, do ordenhador e das instalações, ou o próprio armazenamento. Para este trabalho nas fazendas, a empresa conta com o auxílio de um zootecnista para instruir e ajudar os fazendeiros na melhoria da qualidade do leite.

### **3.2. Coleta de dados**

Para a coleta de dados, foi elaborada uma folha de verificação que contém as principais características do leite - determinada pela EMBRAPA.

Como o armazenamento do leite cru pelos produtores pode ser realizado de duas maneiras (leite cru em tanques de refrigeração ou em latões imersos em água gelada), neste estudo foi analisado apenas as amostras dos produtores que utilizam o método de armazenamento em tanques. A coleta foi feita mensalmente, através da amostra de um fornecedor específico. Este fornecedor foi escolhido por apresentar os piores índices médios nas referidas características. Cabe ressaltar que a coleta de dados foi realizada entre os meses de Janeiro de 2014 à Março de 2015. Como o leite é um produto perecível, a empresa funciona continuamente, sendo assim, foram coletados dados referentes a quinze amostras de tamanho igual a um, totalizando 15 observações para cada característica da qualidade, sendo elas: quantidade de bactérias (CBT) e células somáticas (CCS), pois foram as variáveis mais importantes para a empresa certificar ao cliente um produto dentro das especificações ideais.

### **3.3. Análise multivariada**

Nesta seção, foram apresentados os detalhes metodológicos das rotinas desenvolvidas para a análise multivariada. O algoritmo computacional foi construído adaptando a teoria

apresentada no Capítulo 2 com os dados disponíveis pela empresa, obtidos conforme a descrição na Seção 3.2.

Os dados são referentes as  $m = 15$  amostras, com  $p = 2$  características de qualidade.

Os procedimentos computacionais foram os seguintes: primeiro foi necessário construir 2 vetores. Por exemplo, o primeiro vetor (de dimensão  $15 \times 1$ ) possuía as 15 observações de CCS e o segundo vetor (de dimensão  $15 \times 1$ ) possuía as 15 observações de CBT. Em seguida, foram feitos para cada característica os correlogramas. Para a verificação da suposição de normalidade multivariada foi necessário transformar os dois vetores em uma única matriz, de dimensão  $2 \times 15$ , em que a primeira coluna possuía as 15 observações de CCS e a segunda possuía as 15 observações de CBT e utilizou-se os três testes citados na Seção 2.2, através dos comandos *hzTest*, *mardiaTest* e *roystonTest* (instalar o pacote MVN, para ser executado). Em seguida, foi gerado o gráfico  $T^2$  de Hotelling, através do comando *mult.chart* (instalar o pacote MSQC, para ser executado). A decomposição da estatística  $T^2$  é mostrada automaticamente, quando é pedido o gráfico  $T^2$ .

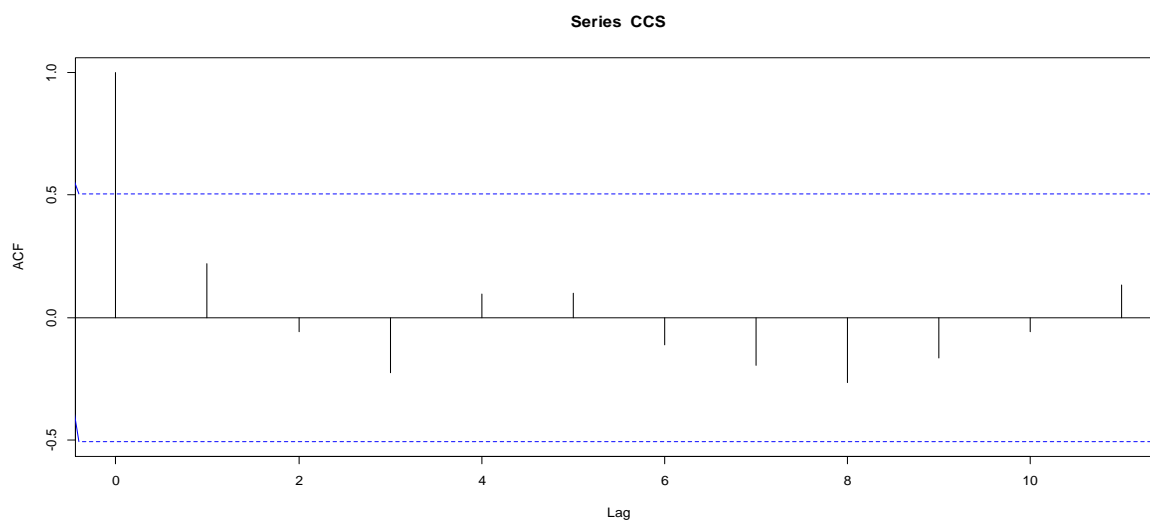
#### 4. Resultados e discussões

Após o levantamento das variáveis do processo em estudo (quantidade de bactérias e células somáticas), a primeira etapa consistiu na verificação das suposições necessárias para aplicar o gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling.

A primeira suposição verificada, através dos três testes mencionados na Seção 2.2, foi a normalidade multivariada dos dados. Em todos os testes executados o p-valor foi maior do que o nível de significância adotado (0,05), indicando que os dados possuem distribuição normal multivariada. Além disso, conforme visualizado nas figuras abaixo (Figuras 1 e 2), os dados não apresentam autocorrelação, isto é, as observações são independentes no tempo. Deste modo, o gráfico de controle proposto pode ser aplicado aos dados observados.

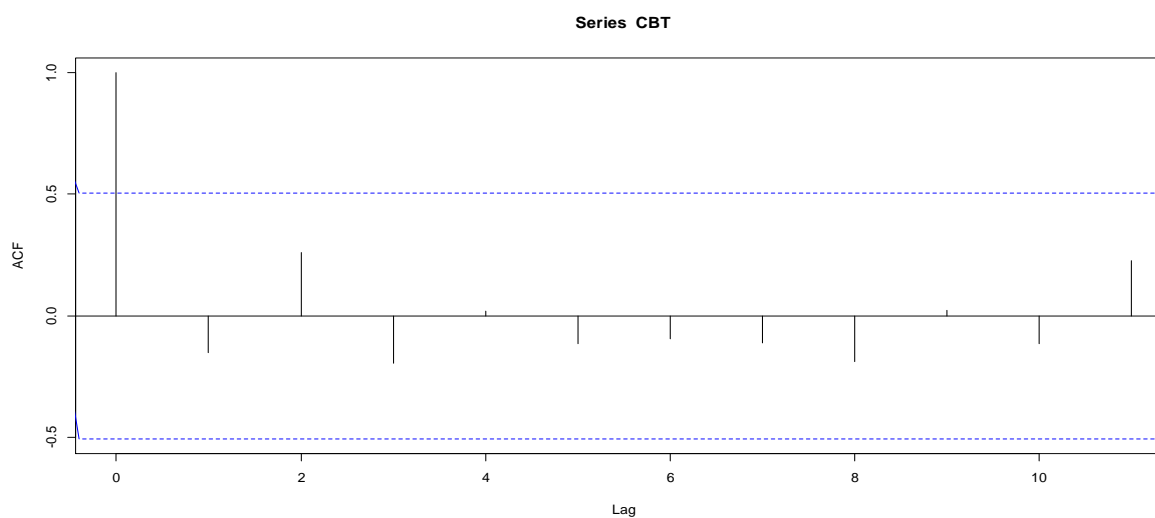
Figura 1 – Correlograma para CCS dos 15 meses em estudo.





Fonte: Software livre R 3.1.3 (2015).

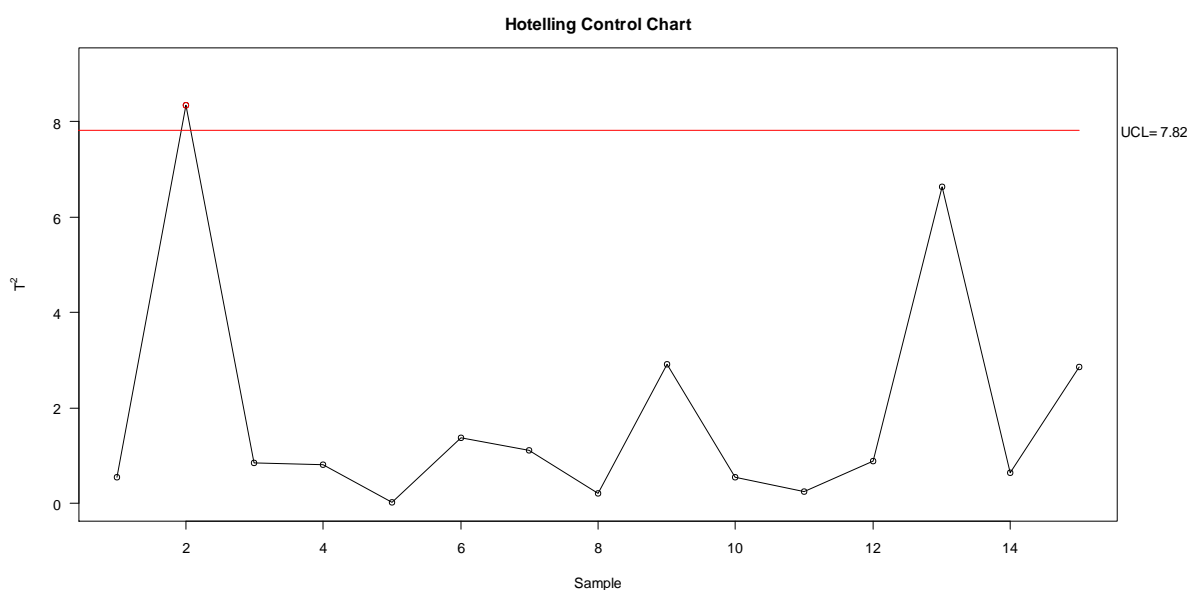
Figura 2 – Correlograma para CBT dos 15 meses em estudo.



Fonte: Software livre R 3.1.3 (2015).

A Figura 3 ilustra o gráfico  $T^2$  de Hotelling para os dados de CCS e CBT correspondentes a fase 1. É observado que o processo não está sob controle estatístico, pois a amostra (2), referente ao mês de fevereiro de 2014 saiu do limite superior de controle. Com isso, a próxima etapa foi identificar qual característica da qualidade em estudo causou o descontrole do processo. Para isso, realizou-se a decomposição da estatística  $T^2$ .

Figura 3 - Gráfico  $T^2$  de Hotelling para CCS e CBT dos 15 meses em estudo, com  $\alpha = 5\%$ , fase 1.



Fonte: Software livre R 3.1.3 (2015).

Observando os valores de  $d_i$  (ver Tabela 1), foi constatado que o problema era com relação à característica CCS, pois neste fator o valor de  $d_i$  era maior.

Tabela 1 - Decomposição da estatística  $T^2$  para a amostra (2) do mês de Fevereiro de 2014.

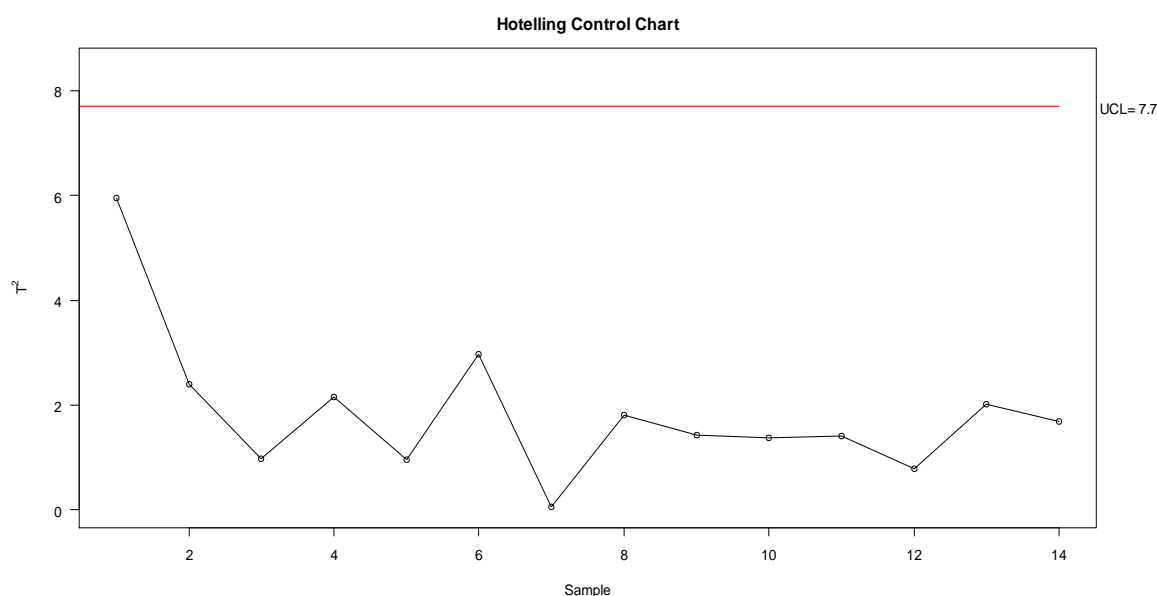
<b>Amostra 2</b>	<b><math>d_i</math></b>
CCS	0,0328
CBT	7,8716

Fonte: Software livre R 3.1.3 (2015).

Uma investigação foi realizada na empresa, e pôde ser constatado que no mês de Fevereiro de 2014, o produtor rural analisado não realizou o trabalho de coleta adequadamente. O erro se deu na má higienização, isto é, não refrigerou o leite o mais rapidamente após a ordenha, com isso, como as bactérias estão presentes na água, na terra, na palha, no capim, nos corpos e pêlos das vacas, nas fezes, na urina, nas mãos do ordenhador e em utensílios de ordenha sujos, a má higienização elevou o grau de bactérias no leite, deixando-o impuro. É importante ressaltar que a empresa dá suporte em relação à execução da higienização do animal, mas o zootecnista não está diariamente em cada fazenda vistoriando a ordenha de cada produtor, desta forma, eles devem buscar esta higienização em todo o processo independente se vistoriados ou não. Portanto, foi proposto melhorias para melhor desenvolvimento do processo. Uma alternativa para a solução deste problema foi transmitir para os produtores novas técnicas de higienização, ressaltando que os mesmos devem introduzi-las no processo

de ordenha, pois a empresa não trabalha com leite acima dos valores padrões estipulado para esta característica, deste modo eles perderiam quantidade considerável de leite, além de maior vistoria durante o processo.

Figura 4 - Gráfico  $T^2$  de Hotelling para CCS e CBT, com  $\alpha=5\%$ , fase 1, sem amostra 2.



Fonte: Software livre R 3.1.3 (2015)

O próximo passo foi gerar o gráfico  $T^2$  de Hotelling excluindo a amostra 2 (Figura 4), onde pôde-se perceber que o processo está sob controle estatístico.

#### 4. Conclusões

Este trabalho apresentou o gráfico  $T^2$  de Hotelling como uma ferramenta multivariada que foi aplicada em um laticínio. Essa análise multivariada gerou resultados significativos para a empresa, ou seja, foi possível mostrar uma técnica mais adequada, para possibilitar uma intervenção no processo no momento em que ocorre a causa especial e sugerir melhorias. No estudo de caso a característica que se mostrou a causa dos problemas, foi o CBT. Aqui foi mostrado que essa característica quando não é controlada, implica em prejuízos para a empresa, pois o seu descontrole acarreta em diminuição da produção.

Outra consideração importante foi que com essa nova prática de controle de qualidade, houve uma melhora no produto final, acarretando uma fidelização de clientes e um impacto significativo nos lucros.

O uso de um software estatístico livre foi importante, pois como se trata de uma empresa de pequeno porte, a mesma não detinha condições financeiras para investir na compra de licença de outros softwares. Desta forma, a empresa pretende continuar utilizando as ferramentas

propostas neste trabalho para monitorar o processo em questão, buscando a melhoria contínua de seus serviços. Outras empresas poderão se beneficiar desta ferramenta, pois o programa computacional para a realização do controle de qualidade multivariado está disponível no Anexo.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Fapemig (Fundação de Amparo à Pesquisa do estado de Minas Gerais) pelo auxílio fornecido para o desenvolvimento desta pesquisa.

## REFERÊNCIAS

- DÜRR, J. W. Como produzir leite de qualidade. 4. ed. Brasília: SENAR, 2012. 44 p.
- HENNING, E.; KONRATH A. C.; WALTER, O. M. F. C.; SAMOBYL, R. W. Gráficos de controle multivariados: um estudo de caso no setor meta-lomecânico. **P&D em Engenharia de Produção**, Itajubá, v. 10, n.2, p. 143-156, 2012.
- HOTELLING, H. Multivariate Quality Control - illustrated by the air testing of sample bombsights. **Techniques of Statistical Analysis**. McGraw Hill, New York, 1947.
- KORKMAZ, S.; GOKSULUK, D.; ZARARSIZ, G. **Multivariate Normality Tests**, 2015.
- MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control**. 6 ed. United State of America: John Wiley & Sons, Inc., 2009, 734p.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de Séries Temporais**. 2 ed. São Paulo: Edgard Bliicher, 2008.
- OLIVEIRA, E. B.; SOUSA, E. V. O. **Estudo da eficácia de Gráficos de controle para o monitoramento de treinamento de natação, na Prova de 1500 m. Utilizando Gráficos de Controle e a Decomposição da Estatística T2 de Hotelling**. 2008. Monografia (Especialização em Estatísticas Educacionais) - UFPA, Belém, Pará, 2008.
- OYEYEMI, G. M. Principal Component Chart For Multivariate Statistical Process Control. **The Online Journal of Science and Technology**, Turkey, v.1, n. 2, p.22 – 31, April 2011.
- R Development Core Team. **R: A language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2014. Disponível em:<<http://www.r-project.org>>. Acesso em: 24 April 2015.
- RELATÓRIO de Contagem... **Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA)**, Juiz de Fora. 2014, 2015.

RUNGER, G. C.; ALT, F. B.; MONTGOMERY, D. C. Contributors to a Multivariate Statistical Process Control Signal. **Communications in Statistics – Theory and Methods**, v. 25, n. 10, 1996.

SINGH Y.; KUMAR M. Application of Statistical Methods to Analyze Ground water Quality. **Journal of Earth Sciences and Geotechnical Engineering**, v. 1, n. 1, p. 1-7, 2011.

ZVIRTES, L.; ALVES, C. C.; DE ARAUJO, N. G. A.; HENNING, E. Aplicação de gráficos de controle multivariados baseados na projeção de dados via Análise de Componentes Principais. **Produção em foco**, v. 1, n. 1, p.41-66, Jan./Jun. 2011.

#### ANEXO – PROGRAMA COMPUTACIONAL

```
#Dados separados em sequência, para correlogramas
CCS=c(949,2421,1603,1453,615,1240,1618,1042,666,694,813,850,1415,1374,1176)
CBT=c(4520,1138,2738,1704,776,585,786,1758,747,1104,422,2633,1628,3292,64)
#Correlograma para CCS
acf(CCS)
acf(CCS,lag.max=20,ci=0.95)
z1=acf(CCS)
#Correlograma para CBT
acf(CBT)
acf(CBT,lag.max=20,ci=0.95)
z2=acf(CBT)
#Testes de Normalidade Multivariada
install.packages('MVN')
require(MVN)
#Reorganizando os dados
y1=data.frame(matrix(c(CCS,CBT),ncol=2))
#Testes de normalidade multivariada
roystonTest(y1, qqplot = FALSE)
hzTest(y1, cov = TRUE, qqplot = FALSE)
mardiaTest(y1, cov = TRUE, qqplot = FALSE)
#Matriz com os valores das 2 características da qualidade:
Dados=matrix(c(949,4520,2421,1138,1603,2738,1453,1704,615,776,1240,585,1618,786,1042,1758,666,747,694,1104,813,422,850,2633,1415,1628,1374,3292,1176,64))
```

```
Dados2=array(Dados,dim=c(15,2,1))
install.packages('MSQC')
require(MSQC)
#Gráfico T2 de Hotellig (Fase 1):
mult.chart(type="t2", Dados2, phase=1,alpha=0.05)
#Retirando a amostra 2 do gráfico T2:
Dados3=matrix(c(949,1603,1453,615,1240,1618,1042,666,694,813,850,1415,1374,1176,452
0,2738,1704,776,585,786,1758,747,1104,422,2633,1628,3292,64))
Dados4=array(Dados3,dim=c(14,2,1))
mult.chart(type="t2", Dados4, phase=1,alpha=0.05)
```