

BUSCA ADAPTATIVA EM VIZINHANÇA DE GRANDE PORTE PARA O PROBLEMA DE CARREGAMENTO DE MÚLTIPLAS- PILHAS COM ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS

Débora Borges Alves Rezende (Universidade Federal de Ouro Preto)

Ulysses Henrique Machado Ribas (Universidade Federal de Ouro Preto)

Lásara Fabrícia Rodrigues (Universidade Federal de Minas Gerais)

André Luís Silva (Universidade Federal de Ouro Preto)



Este trabalho aborda a combinação de dois problemas de otimização, o problema de determinação de rotas de uma frota de veículos para entrega de itens aos clientes e o problema de carregamento desses itens no interior dos veículos. Este problema é denominado Problema de carregamento de múltiplas-pilhas com roteirização de veículos (MP-VRP). A metaheurística Busca adaptativa em vizinhança de grande porte (ALNS) foi usada para resolver o problema MP-VRP. Neste trabalho, seis versões diferentes da metaheurística ALNS foram criadas e um total de 16 instâncias teste com 10 a 852 clientes foram utilizadas para avaliar o desempenho de cada versão. Um experimento numérico foi realizado para validar o teste. Os resultados mostraram uma redução da distância percorrida em todas as instâncias avaliadas em comparação com a solução inicial gerada.

Palavras-chave: Problema de roteirização de veículos. Problema de carregamento de múltiplas-pilhas com roteirização de veículos. Busca adaptativa em vizinhança de grande porte.

1. Introdução

O Problema de Roteirização de Veículos (*Vehicle Routing Problem -VRP*) é um problema comumente encontrado em diversos sistemas de distribuição. Nesses sistemas, o custo associado ao funcionamento dos veículos constitui um componente importante dos custos logísticos totais, sendo assim, mesmo uma pequena redução percentual neste contribui para aumentar a competitividade dos sistemas.

O VRP foi publicado pela primeira vez em 1959 por Dantzig e Ramser (1959) e, desde então, vem sendo estudado e estendido em muitos trabalhos. O objetivo do VRP é o cálculo de rotas capaz de atender às demandas de clientes espacialmente distribuídos (DANTZIG; RAMSER, 1959). O VRP pode ser resolvido por meio de métodos exatos e/ou heurísticos. Os métodos heurísticos não garantem que a solução obtida seja a solução ótima, por outro lado, em geral, alcançam os resultados rapidamente (FERREIRA *et al.*, 2017).

Uma extensão do problema de VRP é o Problema de Carregamento de Múltiplas-Pilhas com Roteirização de Veículos (*Multi-Pile Vehicle Routing Problem - MP-VRP*), introduzido por Doerner et al. (2007) em 2007. Esse problema foi inspirado em um problema real de roteamento de veículos utilizados para entrega de produtos de madeira usados como material de construção ou na produção de móveis (DOERNER *et al.*, 2007).

O MP-VRP é um problema de otimização que trata da roteirização e carregamento em veículos conjuntamente. Essa combinação de problemas se faz com itens em duas dimensões e com pilhas nas carrocerias dos veículos. Esse problema é naturalmente *NP-hard*, uma vez que generaliza o Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (CVRP) (DOERNER *et al.*, 2007).

Por se tratar de um problema introduzido recentemente, o MP-VRP conta com poucos trabalhos na literatura. O MP-VRP foi abordado utilizando as heurísticas Busca Tabu e Colônia de Formigas (DOERNER *et al.*, 2007) e Busca em Vizinhança Variável (TRICOIRE *et al.*, 2011). A metaheurística Busca Adaptativa em Vizinhança de Grande Porte (*Adaptive Large Neighborhood Search - ALNS*) é uma extensão da Busca em Vizinhança de Grande Porte (*Large Neighborhood Search - LNS*) apresentada primeiramente por Ropke e Pisinger (2006), em 2006, e, desde então, vem sendo aplicado a outros problemas de roteirização semelhantes ao MP-VRP, tais como Chen *et al.* (2018), Demira *et al.* (2018), François *et al.* (2016), Laporte *et al.* (2010) e Majidi *et al.* (2017). Entretanto, não é de nosso conhecimento aplicações da heurística Busca Adaptativa em Vizinhança de Grande Porte (ALNS) ao referido problema.

Em função dos bons resultados da aplicação da metaheurística ALNS aos problemas de roteirização citados, optou-se por seguir este mesmo caminho no problema tratado neste texto. Logo, o objetivo desse trabalho pode ser descrito da seguinte forma: adaptar a metaheurística ALNS e utilizá-la para resolver o MP-VRP. Como metodologia, valeu-se de experimentação estatística para validação dos resultados obtidos quanto ao emprego da metaheurística ALNS ao MP-VRP.

O restante do artigo é dividido da seguinte forma. Nas Seções 2 e 3 é apresentada a fundamentação teórica do trabalho, incluindo o MP-VRP e a metaheurística ALNS. Na Seção 4, encontram-se as instâncias criadas nesse trabalho, a adaptação da metaheurística ALNS ao problema MP-VRP, o planejamento experimental e a análise dos resultados. Por fim, a Seção 5 apresenta as conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

2. Problema de Carregamento de Múltiplas-Pilhas com Roteirização de Veículos (MP-VRP)

O MP-VRP é um problema de otimização que combina a roteirização de veículos e o carregamento de itens nos veículos demandados por clientes de uma região específica (DOERNER *et al.*, 2007). De acordo com Silva (2016), no MP-VRP, dada uma rota e um conjunto de itens a serem carregados no veículo, o carregamento destes itens deve respeitar as seguintes restrições:

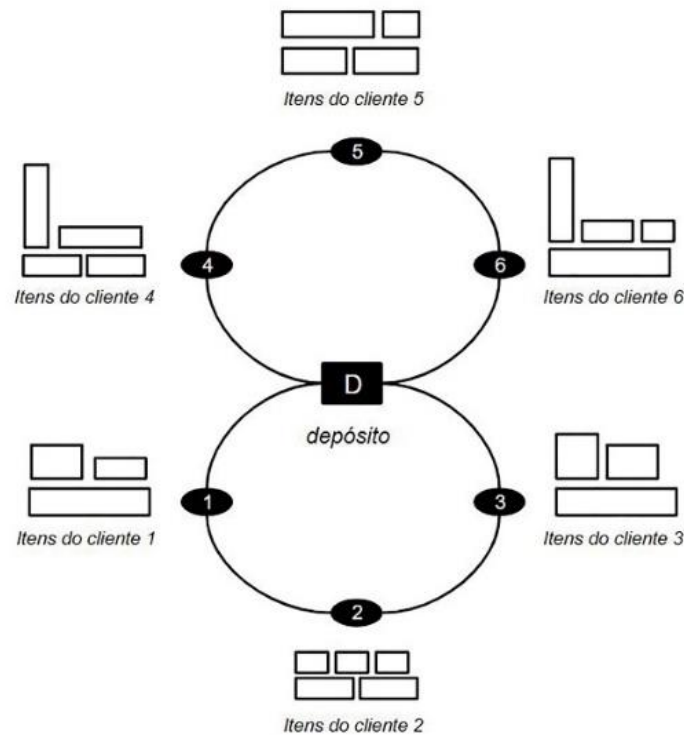
- Os itens não devem se sobrepor (ocupar o mesmo espaço).
- Os itens devem ser carregados completamente nas pilhas disponíveis do veículo.
- Ao visitar um cliente, todos os itens devem estar alocados no veículo de forma que não seja necessário a reorganização da carga.
- A altura do carregamento deve ser mínima.

Abaixo segue a descrição do problema MP-VRP, conforme Doerner *et al.* (2007), Tricoire *et al.* (2011) e Iori e Martello (2010):

Dado um grafo completo não direcionado $G = (V_0, E)$, em que $V_0 = V \cup \{0\}$, $V = \{1, \dots, n\}$ representa o conjunto de vértices correspondente aos clientes i e 0 o vértice correspondente ao depósito. Cada elo (i, j) está associado a um custo c_{ij} , para $(i, j) \in E$. Seja uma frota de veículos idênticos, com altura máxima H e p pilhas para o carregamento de itens. Cada cliente $i \in V$ demanda m_i itens. O conjunto k de itens demandados por um dado cliente i é definido por I_i^k ($i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m_i$). É considerado que os itens em $I(i)$ estão ordenados de forma

decrecente de tamanho, ou seja, primeiro aqueles que necessitam de um número maior de pilhas para o carregamento. A altura de I_i^k é dada por h_i^k e é um valor inteiro positivo. O tamanho de I_i^k (i.e, número de pilhas necessárias para o carregamento de I_i^k) é dado por l_i^k . Para itens de tamanho longo $l_i^k=p$, enquanto para itens menores $l_i^k= 1$. Em cada momento, $M = \sum_{i=1}^n m_i$ representa o número de itens demandados. Por fim, as rotas são definidas por $r = (r_1, r_2, \dots, r_t)$ como uma sequência de clientes (cidades) e $\cup i \in r_i$ (r_i) como o total de conjuntos de itens a serem carregados no veículo que fará a rota r . Para cada rota r , é necessário verificar se há um conjunto viável de itens em $l(r)$ no veículo. A Figura 1 exemplifica duas rotas no MP-VRP.

Figura 1 - Exemplo de uma rota no MP-VRP.



3. Busca Adaptativa em Vizinhança de Grande Porte (ALNS)

A ALNS, como dito inicialmente, foi proposta em 2006 por Ropke e Pisinger (2006) para tratar o Problema de Roteirização de Veículos com Coleta/Entrega e Janela de Tempo. Neste estudo, foram utilizadas 350 instâncias, todas com soluções heurísticas já conhecidas e publicadas. Os resultados obtidos mostraram que o ALNS foi responsável pela melhora de mais de 50% das soluções.

Outros exemplos de aplicações da heurística ALNS em problemas de roteirização incluem roteirização de veículos capacitados com demanda estocástica (Laporte *et al.*, 2010; Luo *et al.*,

2016), roteirização de veículos e poluição (Demira *et al.*, 2012; Majidi *et al.*, 2017), roteirização de veículos com múltiplas viagens (François *et al.*, 2016), múltiplas rotas (Azi *et al.*, 2014) e múltiplos períodos (Dayarian *et al.* 2016), roteirização de veículos dinâmica (Chen *et al.*, 2018) e produção e roteamento (Oguz e Haldun, 2017).

O pseudocódigo do ALNS, adaptado de Ropke e Pisinger (2006), está descrito no Algoritmo 1. Para que o algoritmo da ALNS se inicie, é preciso criar uma solução inicial s , que respeite as restrições referentes à rota e ao carregamento de itens (ROPKE; PISINGER, 2006). Além da solução inicial s , são utilizados também s^* e s' para armazenar a melhor solução global e a solução corrente, respectivamente.

Em seguida, avalia-se o critério de parada. Enquanto esse critério de parada não for atingido, os procedimentos de retirada e reinserção de parte da solução são executados (ROPKE; PISINGER, 2006). O critério de parada pode estar associado, por exemplo, ao número de iterações do algoritmo.

Algoritmo 1- ALNS (s, q)

```
1: solução  $s^* \leftarrow s$ ;  
2: solução  $s' \leftarrow s$ ;  
3: enquanto critério de parada não atingido faça  
4:   Retirar  $q$  parte da solução  $s'$ ;  
5:   Reinsere a parte retirada  $q$  em  $s'$ ;  
6:   se  $f(s') < f(s^*)$  então  
7:      $s^* \leftarrow s'$ ;  
8:   fim  
9:   se não aceito ( $s', s$ ) então  
10:     $s' \leftarrow s$ ;  
11:  fim  
12: fim  
13: retorna  $s^*$ ;
```

Além disso, para cada operação de retirada e reinserção, existem diferentes métodos para selecionar a posição em que a operação deve ocorrer. No primeiro trabalho sobre o ALNS, Ropke e Pisinger (2006) incluíram três diferentes subheurísticas para remoção e duas para reinserção. As três subheurísticas implementadas para a retirada de clientes foram: *Shaw removal*, *Random removal* e *Worst removal*. Os métodos de reinserção de clientes na solução incluíram: *Basic greedy heuristic* e *Regret heuristic*.

A seleção das subheurísticas de retirada e reinserção pode ser feita pelo “Método da roleta” (ROPKE; PISINGER, 2006). Esse processo é realizado de forma independente para a subheurística de retirada e de reinserção (ROPKE; PISINGER, 2006; RIBEIRO; LAPORTE, 2012). Dado n subheurísticas com peso w_i , com $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, é selecionada a subheurística j com probabilidade:

$$\frac{w_j}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (1)$$

Em toda primeira iteração do ALNS, as subheurísticas tem o mesmo peso $w_i = 1, i = 1, \dots, n$. Ao final de cada iteração, os pesos das subheurísticas são atualizados de acordo com sua pontuação de forma que represente o desempenho recente da heurística.

Os parâmetros β_1, β_2 , ou β_3 são usados para aumentar a pontuação das subheurísticas em todas as iterações do ALNS da seguinte forma (ROPKE; PISINGER, 2006; RIBEIRO; LAPORTE, 2012):

- β_1 , quando os resultados da última operação de remoção e inserção geram uma nova melhor solução global;
- β_2 , quando os resultados da última operação de remoção e inserção geram uma solução que não tenha sido aceita até então, mas que melhore o resultado da solução corrente;
- β_3 , quando os resultados da última operação de remoção e inserção geram uma solução que não tenha sido aceita até então, e que o resultado seja pior que o da solução corrente, mas a solução foi aceita.

O número de iterações da ALNS é chamado de “Segmento”. Ao fim de cada “Segmento” são calculados novos pesos de acordo com a pontuação obtida, e todas as pontuações são zeradas para o próximo “Segmento”. Sejam w_{ij} o peso da subheurística i no “Segmento” j , π_{ij} a performance da heurística i no “Segmento” j , θ_{ij} o número de execuções da subheurística i no “Segmento” j e $R \in [0,1]$ é o “fator de reação” (reaction factor). O parâmetro R é responsável por controlar a rapidez com que o ajuste de peso reage às alterações na eficiência da subheurística (RIBEIRO; LAPORTE, 2012). A atualização de peso é calculada por Ropke e Pisinger (2006) e Ribeiro e Laporte (2012):

$$w_{i(j+1)} = \begin{cases} (1 - R)w_{ij} + R \frac{\pi_{ij}}{\theta_{ij}}, & \text{se } \theta_{ij} \neq 0 \\ w_{ij}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2)$$

Para verificar se a solução gerada deve ser ou não aceita, é usado o “Critério de aceitação” (*Acceptance criteria*), como pode ser observado entre as linhas 6 e 11 do Algoritmo 1. A nova solução s' é aceita quando gera melhores resultados que a solução ótima global s^* . Entretanto, como a heurística pode “ficar presa” em um ótimo local, o que leva a sua estagnação, o “Critério de aceitação” aceita soluções s' piores que a solução corrente, com probabilidade igual a

$e^{-[f(s^*)-f(s)]/T_k}$ (ROPKE; PISINGER, 2006). O parâmetro T_k ($T_k > 0$) é chamado de “Temperatura” e a “Temperatura” inicial é denotada por $T_{inicial}$. A cada k iterações do ALNS o parâmetro T_k decresce da seguinte forma: $T_k = T_{inicial}(C_R)^k$, para $0 < C_R < 1$, em que C_R é a “Taxa de resfriamento” (*Cooling rate*).

Tal como é indicado na linha 13 do Algoritmo 1, ao final o algoritmo apresenta o valor da solução calculada s^* .

4. Instrumentos e Métodos

Para se fazer frente ao objetivo proposto (aplicar a metaheurística ALNS ao problema MP-VRP) serão apresentadas nesta seção as instâncias criadas, as adaptações da metaheurística ALNS e os resultados obtidos.

4.1. Instâncias do Problema

Para abordar o problema MP-VRP foram criadas 16 instâncias de problema. As instâncias foram criadas com base em todas as 852 cidades do estado de Minas Gerais, Brasil. O número de clientes de cada instância varia entre 10 a 852 clientes, sendo cada cliente uma cidade de Minas Gerais. Como se trata do problema MP-VRP, os veículos para o transporte dos itens são todos idênticos (18.0 m de comprimento x 12.0 m de altura), tendo cada um três pilhas com 6.0 m de comprimento para alocar os itens. Ao todo há 10 tipos de itens (A, B, D, C E, F, G, H, I e J) com duas alturas diferentes (1 m e 2 m) e 5 comprimentos diferentes (1 m, 2 m, 3 m, 6 m e 18 m). As dimensões dos itens foram criadas com base no tamanho de veículos utilizados para transporte. A escolha por duas alturas e cinco comprimentos diferentes foi feita para representar melhor problemas reais e práticos que lidam com a demanda de itens com variados tamanhos. A Tabela 1 apresenta as instâncias criadas e a quantidade de clientes em cada instância.

Tabela 1- Instâncias do problema

Instância	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Clientes	10	13	29	33	50	60	109	177	316	426	539	612	702	782	833	852

A Figura 2 mostra um exemplo de uma instância gerada pelo algoritmo, que inclui o nome da instância, o número de veículos, a quantidade de clientes e pilhas, as dimensões do veículo, as dimensões dos 10 itens (A, B, C, D, E, F, G, H, I e J), as coordenadas (x, y) e o nome de cada cidade (cliente).

Figura 2 - Exemplo da primeira instância criada nesse trabalho.

```

=====
NAME: file1_type_1
NUMBER OF VEHICLES:4
NUMBER OF CITY:10
NUMBER OF PALLET: 3
MAX. HEIGHT OF EACH PALLET: 24.0
MAX. LENGTH OF EACH PALLET: 18.0
ITEM:HEIGHT:LENGTH:NUMBER OF PILET NECESSARY
A:2.0:1.00:0.375
B:2.0:2.0 :0.75
C:2.0:3 :1.5
D:2.0:6.0 :1
E:2.0:18 :3
F:1.0:1.00:0.375
G:1.0:2.0 :0.75
H:1.0:3 :1.5
I:1.0:6.0 :3
J:1.0:18 :1
-----
NUMBER X Y NAME OF THE CITY
1 -19.92083 -43.9377 Belo Horizonte-MG
2 -18.91861 -48.2772 Uberlândia-MG
3 -19.93167 -44.0536 Contagem-MG
4 -21.76417 -43.3502 Juiz de Fora-MG
5 -19.96778 -44.1983 Betim-MG
6 -16.73500 -43.8616 Montes Claros-MG
7 -19.76694 -44.0866 Ribeirão das Neves-MG
8 -19.74833 -47.9319 Uberaba-MG
9 -18.85111 -41.9494 Governador Valadares-MG
10 -19.46833 -42.5366 Ipatinga-MG

```

4.2. A adaptação da metaheurística ALNS

De posse das instâncias, iniciou-se a adaptação da metaheurística ALNS para tratar o problema MP-VRP. A primeira adaptação aconteceu na solução inicial. A solução inicial desse problema precisa considerar tanto a rota quanto o carregamento para cada instância. Essa solução foi gerada utilizando a Heurística do Vizinho mais Próximo.

No caso desse trabalho, por se tratar de um problema de roteirização, o parâmetro q foi definido como o número de clientes (cidades) a ser retirada e reinserida na solução (rota) (ROPKE; PISINGER, 2006; SILVA, 2016).

Outro ponto implementado foi o critério de aceitação que, diferentemente do apresentado na literatura, se valeu do método roleta. Os valores dos parâmetros utilizados nesse trabalho foram obtidos em Ribeiro e Laporte (2012), sendo estes: $\beta_1 = 50$, $\beta_2 = 20$, $\beta_3 = 5$, $R = 0.01$ e $C_R = 0.99975$. A seleção desses parâmetros baseou-se nas análises de Silva (2016) que realizou experimento estatístico para comparar grupos de parâmetros utilizados em estudos sobre o ALNS.

4.3. Planejamento Experimental

No planejamento experimental, procurou-se analisar o desempenho de cada subheurística de remoção e de reinserção na performance geral da metaheurística ALNS. Assim, foram comparadas as performances de uma versão completa do ALNS com outras cinco versões do ALNS, cada uma com uma subheurística a menos. As seis versões foram, portanto:

- a) ALNS completo (FULL).
- b) ALNS sem a subheurística RR (Sem RR).
- c) ALNS sem a subheurística RQIC (Sem RQIC).
- d) ALNS sem a subheurística RVIC (Sem RVIC).
- e) ALNS sem a subheurística IR (Sem IR).
- f) ALNS sem a subheurística ISD (Sem ISD).

A variável de resposta foi o custo (distância percorrida) da rota. O critério de parada estabelecido foi 25.000 iterações, baseando-se em trabalhos relacionados (ROPKE; PISINGER, 2006; DEMIRA *et al.*, 2012; SILVA, 2016; AZI *et al.*, 2014).

O teste estatístico empregado para investigar se alguma das seis versões do ALNS possui performance superior às outras foi o Planejamento Completo em Blocos Aleatorizados (Randomized Complete Block Design, RCB). O grau de confiança considerado foi de 95% e o teste Dunnett foi usado para a comparação das seis versões do ALNS.

4.4. Análise dos resultados

Para medir a performance de cada uma das versões do ALNS, cada versão foi executada trinta vezes em cada uma das dezesseis instâncias (ROPKE; PISINGER, 2006; DEMIRA *et al.*, 2012; AZI *et al.*, 2014). Cada observação em cada método e grupo de instâncias foi usada como uma observação independente no teste estatístico, resultando assim no número correto de graus de liberdade a serem utilizados em cada teste.

A ANOVA empregada nas seis versões do ALNS apresentou diferença estatística com $F_{(5;75)} = 1.371$ e $p = 0.245$. Como o valor p do teste realizado foi superior à confiança adotada ($p < 0.05$), pode-se concluir que não existe uma variância estatisticamente significativa entre as seis versões do ALNS.

A Tabela 2 mostra os melhores valores do custo (distância percorrida) entre as trinta execuções de cada uma das versões do ALNS. A segunda coluna "FULL" apresenta os valores da versão completa do ALNS e as outras colunas apresentam as cinco versões com uma subheurística a menos. Os valores em negrito são os melhores resultado em cada instância. Alguns dos

resultados das versões se repetiram para a mesma instância, especialmente nas instâncias com menos clientes. Acredita-se que esses resultados podem estar associados ao menor número de combinações/possibilidades de rotas nessas instâncias.

Tabela 2 - Resultados de cada versão do ALNS

Instância	FULL	Sem RR	Sem RQIC	Sem RVIC	Sem IR	Sem ISD
1	20.950	23.379	20.950	20.950	20.950	20.950
2	25.599	25.599	25.599	25.599	25.599	25.599
3	41.823	41.863	41.823	41.440	41.440	41.823
4	51.564	51.946	52.133	51.946	51.946	51.939
5	64.415	65.424	64.415	64.516	64.798	64.415
6	81.046	81.056	77.604	78.658	77.604	80.038
7	157.397	157.397	157.997	157.974	159.885	158.225
8	253.203	253.203	251.167	250.637	250.877	250.877
9	406.845	407.243	407.550	407.243	407.492	407.421
10	478.849	478.568	477.126	478.668	478.665	479.252
11	538.318	537.721	536.478	537.721	537.167	537.695
12	631.706	630.290	632.420	630.546	631.491	630.546
13	678.879	678.745	679.393	678.568	678.979	679.109
14	704.964	705.429	704.964	704.964	704.707	705.118
15	734.873	734.979	735.089	734.979	735.483	735.79
16	768.874	769.249	768.984	769.249	769.286	768.867

A Tabela 3 apresenta a porcentagem de redução do valor inicial do custo após a aplicação das diferentes versões do ALNS e a versão do ALNS que resultou nesse valor. Os resultados obtidos alcançaram melhora em todas as instâncias utilizadas. É possível observar também que as instâncias com maior número de cidades apresentaram, em geral, uma redução percentual de custo menor que as instâncias com um menor número de cidades.

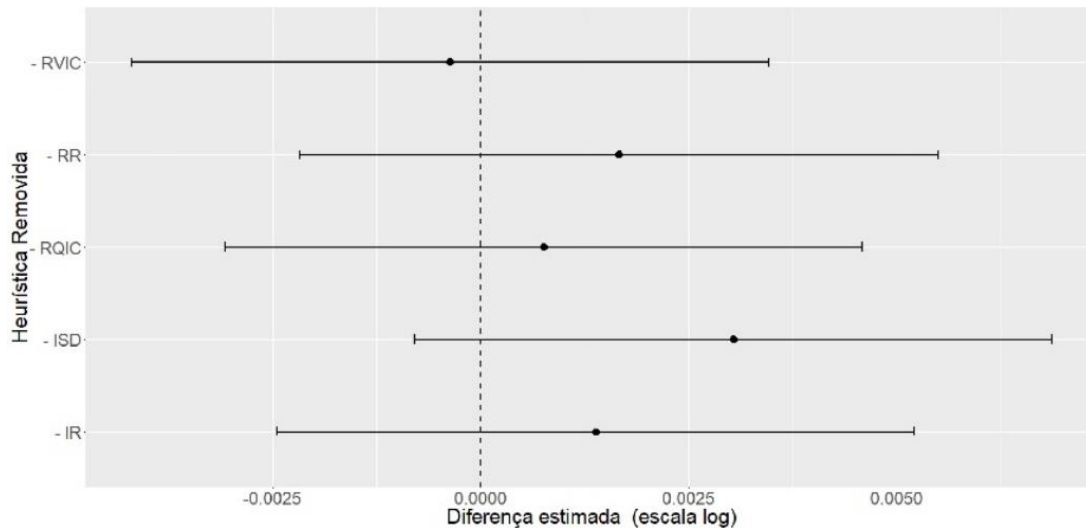
Tabela 3 - Melhores valores de cada versão do ALNS

Instância	Valor Inicial	Melhor Valor	Redução de custo (%)	Versão do ALNS
1	28.140	20.950	25.55	FULL, Sem RQIC, Sem RVIC, Sem IR, Sem ISD
2	28.823	25.599	11.19	Todas
3	42.592	41.823	1.81	FULL, Sem RQIC, Sem ISD
4	52.677	51.564	2.11	FULL
5	66.466	64.415	3.09	FULL, Sem RQIC, Sem ISD
6	82.023	77.604	5.39	Sem RQIC, Sem IR
7	162.248	157.397	2.99	FULL, Sem RR
8	257.682	250.637	2.73	Sem RVIC
9	409.502	406.845	0.65	FULL
10	482.198	477.126	1.05	Sem RQIC
11	540.219	536.478	0.69	Sem RQIC
12	641.522	630.290	1.75	Sem RR
13	684.722	678.568	0.90	Sem RVIC
14	706.568	704.707	0.26	Sem IR
15	740.361	734.873	0.74	FULL
16	778.464	768.867	1.23	Sem ISD

Após o resultado da ANOVA, foi feita a comparação pariada entre a versão completa do ALNS e as outras cinco versões. Os resultados mostrados na Figura 3 sugerem que apesar de não existir

uma variância estatisticamente significativa entre as diferentes versões do ALNS, a versão sem a heurística RVIC (Retirada Custo do Volume de Itens) apresentou resultado melhor do que a versão completa do ALNS. Esses resultados indicam que a subheurística RVIC pode não ser a melhor para se tratar o MP-VRP, uma vez que, a versão do ALNS sem ela apresentou um melhor desempenho.

Figura 3 - Comparação entre a versão completa do ALNS e as versões reduzidas.



5. Conclusão

O MP-VRP é um problema de otimização relativamente novo, que combina roteirização de veículos e carregamento de itens. A discussão sobre o problema MP-VRP é importante devido a sua possibilidade de aplicação prática.

O objetivo geral desse artigo foi adaptar a metaheurística ALNS para tratar MP-VRP, uma vez que, como mencionado anteriormente, não foram encontrados relatos na literatura de aplicações dessa metaheurística ao problema referido. Além disso, vale destacar a pequena quantidade de trabalhos envolvendo o MP-VRP encontrados na literatura.

Os resultados dos experimentos realizados para comparar o desempenho das seis versões do ALNS e o resultado do teste ANOVA mostraram que não houve variância estatisticamente significativa. Por outro lado, mesmo não existindo variância estatisticamente significativa entre as versões do ALNS, as versões sem as subheurísticas RR (Remoção Aleatória), RQIC (Custo do número de itens), IR (Reinserção Aleatória) e ISD (Menor distância) apresentaram resultados piores do que a versão completa do ALNS. Esses resultados sugerem que essas versões podem ser indicadas para tratar o MP-VRP.

Também é possível observar que a aplicação das seis versões do ALNS para o MP-VRP resultou em uma redução da distância percorrida pela rota em comparação com a solução inicial gerada, especialmente nas instâncias com um número menor de cidades.

Como trabalhos futuros, pode-se citar aplicar outras versões do ALNS utilizando outras subheurísticas de remoção e reinserção para avaliar os resultados. Outra possibilidade para um trabalho futuro é a aplicação de outras metaheurísticas ao problema MP-VRP. Por fim, uma perspectiva interessante de trabalho futuro é desenvolver a formulação matemática para o MP-VRP.

6. Agradecimentos

Agradecemos aos financiadores FAPEMIG, CNPq, CAPES e Universidade Federal de Ouro Preto.

REFERÊNCIAS

Azi, N., Gendreau, M. Potvin, J.-Y. An adaptive large neighborhood search for a vehicle routing problem with multiple routes. **Computers and Operations Research**, vol. 41, no. 1, pp. 167-173, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2013.08.016>.

Chen, S., Chen, R., Wang, G-G, Gao, J. Sangaiah, A. K. An adaptive large neighborhood search heuristic for dynamic vehicle routing problems. **Computers & Electrical Engineering**, v. 67, p. 596-607, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2018.02.049>.

Dantzig, G. B.; Ramser, J. H. The truck dispatching problem. **Management Science**, v. 6, n. 1, p. 80–91, 1959. DOI: <https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80>.

Dayarian, I., Crainic, T. G., Gendreau, M. Rei, W. An adaptive large-neighborhood search heuristic for a multi-period vehicle routing problem. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**. v. 95, p. 95-123, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tre.2016.09.004>.

Demir, E., Bektas, T., Laporte, G. An adaptive large neighborhood search heuristic for the pollution-routing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 223, n. 2, p. 346-359, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.06.044>.

Doerner, K. F., Fuellerer, F. Hartl, R. F. Metaheuristics for the vehicle routing problem with loading constraints. **Networks**, v. 49, n. 4, p. 294–307, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1002/net.20179>.

Ferreira, J. C., Steiner, M. T. A., Guersola, M.S. A Vehicle Routing Problem Solved Through Some Metaheuristics Procedures: a Case Study. **IEEE Latin America Transactions**, v. 15, n. 5, p. 943-949, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1109/TLA.2017.7910210>.

François, V., Arda, Y., Crama, Y., Laporte, G. Large Neighborhood Search for Multi-Trip Vehicle Routing. **European Journal of Operational Research**, v. 255, n. 2, p. 422-441, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.04.065>.

Iori, M.; Martello, S. Routing problems with loading constraints. **TOP**, v. 18, n. 1, p. 4-27, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11750-010-0144-x>.

Laporte, F., Musmanno, R., Vucatur, F. An adaptive large neighborhood search heuristic for the capacitated arc-routing problem with stochastic demands. **Transportation Science**, v. 44, n. 1, p. 125-135, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1287/trsc.1090.0290>.

Luo, Z., Qin, H., Zhang, D., Lim, A. Adaptive large neighborhood search heuristics for the vehicle routing problem with stochastic demands and weight-related cost. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 85, p. 69-89, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tre.2015.11.004>.

Majidi, S., Hosseini-Motlagh, S.-M., Ignatius, J. Adaptive large neighborhood search heuristic for pollution-routing problem with simultaneous pickup and delivery. **Soft Computing**, v. 22, n. 9, p. 2851-2865, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00500-017-2535-5>.

Oğuz, S.; Haldun, S. A multi-phase heuristic for the production routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 87, p. 114-124, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.06.007>.

Ribeiro, G. M., Laporte, G. An adaptive large neighborhood search heuristic for the cumulative capacitated vehicle routing problem. **Computers and Operations Research**, v. 39, n. 3, p. 728-735, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.05.005>.

Ropke, S.; Pisinger, D. An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows. **Transportation Science**, v. 40, n. 4, p. 455-472, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1287/trsc.1050.0135>.

Silva, A. L. **Cálculo de rotas com carregamento unidimensional em múltiplas pilhas**. Belo Horizonte: UFMG, 2016. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2016.

Tricoire, F., Doerner, K.F., Hartl, R.F., Iori, M. Heuristic and exact algorithms for the multi-pile vehicle routing problem. **OR Spectrum**, v. 33, n. 4, p. 931-959, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00291-009-0179-2>.